Table of Contents

الوحدة الاولى 3
1 الوحدة الاولى_Page1 3
2 الوحدة الاولى_Page2 4
3 الوحدة الاولى_Page3 5
4 الوحدة الاولى_Page4 6
5 الوحدة الاولى_Page5 7
6 الوحدة الاولى_Page6 8
7 الوحدة الاولى_Page7 9
8 الوحدة الاولى_Page8 10
9 الوحدة الاولى_Page9 11
10 الوحدة الاولى_Page10 12
11 الوحدة الاولى_Page11 13
12 الوحدة الاولى_Page12 14
13 الوحدة الاولى_Page13 15
14 الوحدة الاولى_Page14 16
15 الوحدة الاولى_Page15 17
16 الوحدة الاولى_Page16 18
17 الوحدة الاولى_Page17 19
18 الوحدة الاولى_Page18 20
19 الوحدة الاولى_Page19 21
20 الوحدة الاولى_Page20 22
21 الوحدة الاولى_Page22 23
22 الوحدة الاولى_Page23 24
23 الوحدة الاولى_Page24 25
وحدة ثانية جزء اول 26
1 وحدة ثانية جزء اول_Page1 26
2 وحدة ثانية جزء اول_Page2 27
3 وحدة ثانية جزء اول_Page3 28
4 وحدة ثانية جزء اول_Page4 29
5 وحدة ثانية جزء اول_Page5 30
6 وحدة ثانية جزء اول_Page6 31
7 وحدة ثانية جزء اول_Page7 32
8 وحدة ثانية جزء اول_Page8 33
9 وحدة ثانية جزء اول_Page9 34
10 وحدة ثانية جزء اول_Page10 35
11 وحدة ثانية جزء اول_Page11 36
12 وحدة ثانية جزء اول_Page12 37
13 وحدة ثانية جزء اول_Page13 38
14 وحدة ثانية جزء اول_Page14 39
15 وحدة ثانية جزء اول_Page15 40
16 وحدة ثانية جزء اول_Page16 41
17 وحدة ثانية جزء اول_Page17 42
18 وحدة ثانية جزء اول_Page18 43

19 وحدة ثانية جزء اول_Page19 44
20 وحدة ثانية جزء اول_Page20 45
وحدة ثانية جزء ثاني 46
1 وحدة ثانية جزء ثاني_Page1 46
2 وحدة ثانية جزء ثاني_Page2 47
3 وحدة ثانية جزء ثاني_Page3 48
4 وحدة ثانية جزء ثاني_Page4 49
5 وحدة ثانية جزء ثاني_Page5 50
6 وحدة ثانية جزء ثاني_Page6 51
7 وحدة ثانية جزء ثاني_Page7 52
8 وحدة ثانية جزء ثاني_Page8 53
9 وحدة ثانية جزء ثاني_Page9 54
10 وحدة ثانية جزء ثاني_Page10 55
11 وحدة ثانية جزء ثاني_Page11 56
12 وحدة ثانية جزء ثاني_Page13 57
13 وحدة ثانية جزء ثاني_Page14 58
14 وحدة ثانية جزء ثاني_Page15 59
15 وحدة ثانية جزء ثاني_Page16 60
16 وحدة ثانية جزء ثاني_Page17 61
17 وحدة ثانية جزء ثاني_Page18 62
18 وحدة ثانية جزء ثاني_Page19 63
19 وحدة ثانية جزء ثاني_Page20 64

ملخص الوحدة الأولى هندسة: رحلة في عالم الدائرة

للصف الثالث الإعدادي - الفصل الدراسي الثاني

مراجعة شاملة وسريعة لكل المفاهيم
والقوانين والمسائل المهمة.

🗺️ خريطة رحلتنا مع الدايرة

المحطة الأولى: مفاهيم أساسية وتعريفات
(أساسيات الدايرة)

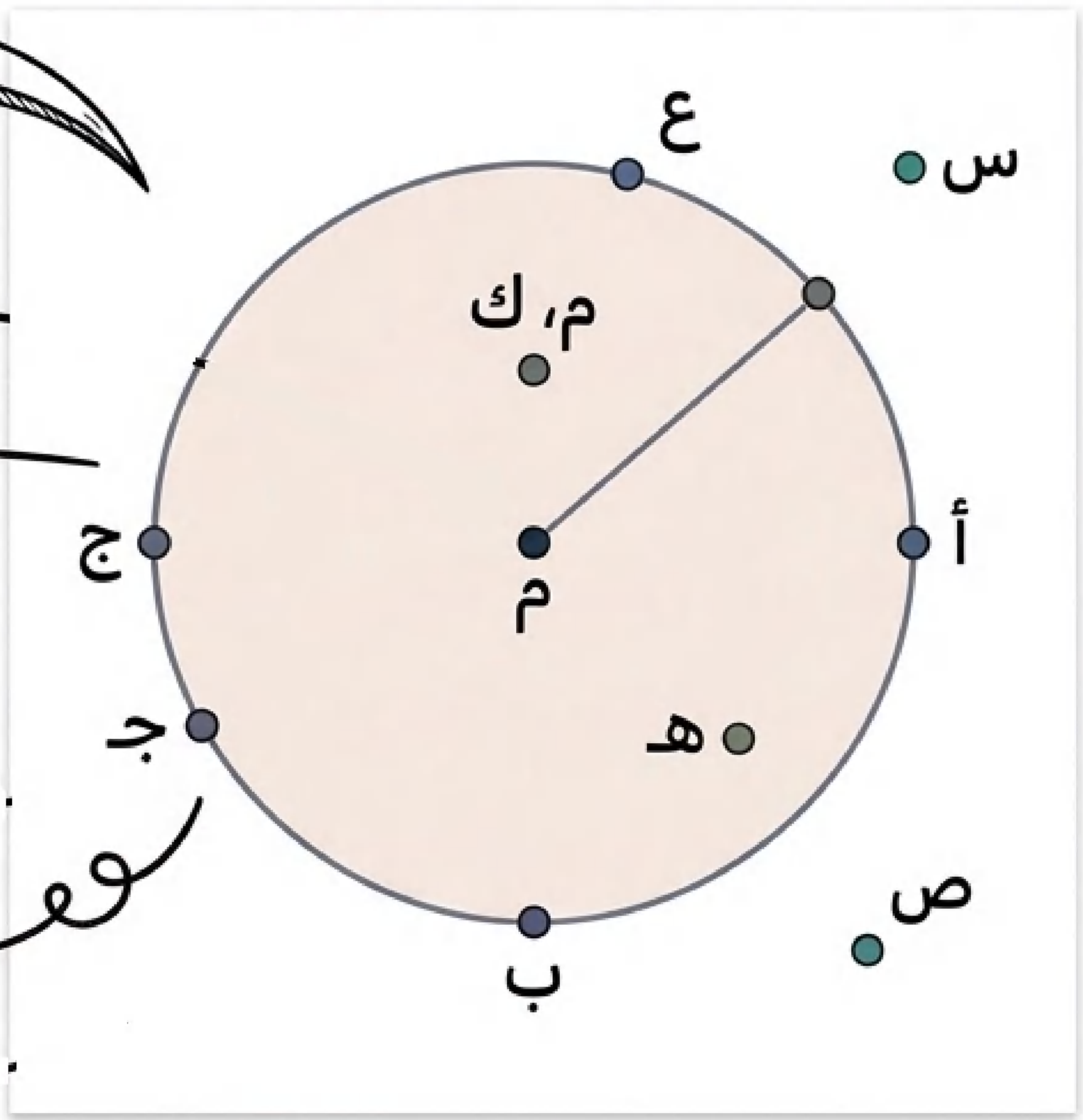
المحطة التانية: أوضاع النقط والمستقيمات والدوائر
(كل حاجة ومكانها)

المحطة التالتة: تعيين الدايرة
(إزاي نرسمها صح؟)

المحطة الرابعة: علاقة أوتتار الدايرة بمركزها
(أسرار الأوتار)

الدرس الأول: تعاريف ومفاهيم أساسية

الحكاية بتبدأ من هنا!



تعريف الدايرة: هي مجموعة نقط المستوى التي تبعد بعدًا ثابتًا عن نقطة ثابتة في المستوى.

النقطة الثابتة دي هي **مركز الدايرة (م)**.

البعد الثابت ده هو **طول نصف القطر (نق)**.

الدايرة بتقسم المستوى لـ ٣ مجموعات من النقط:

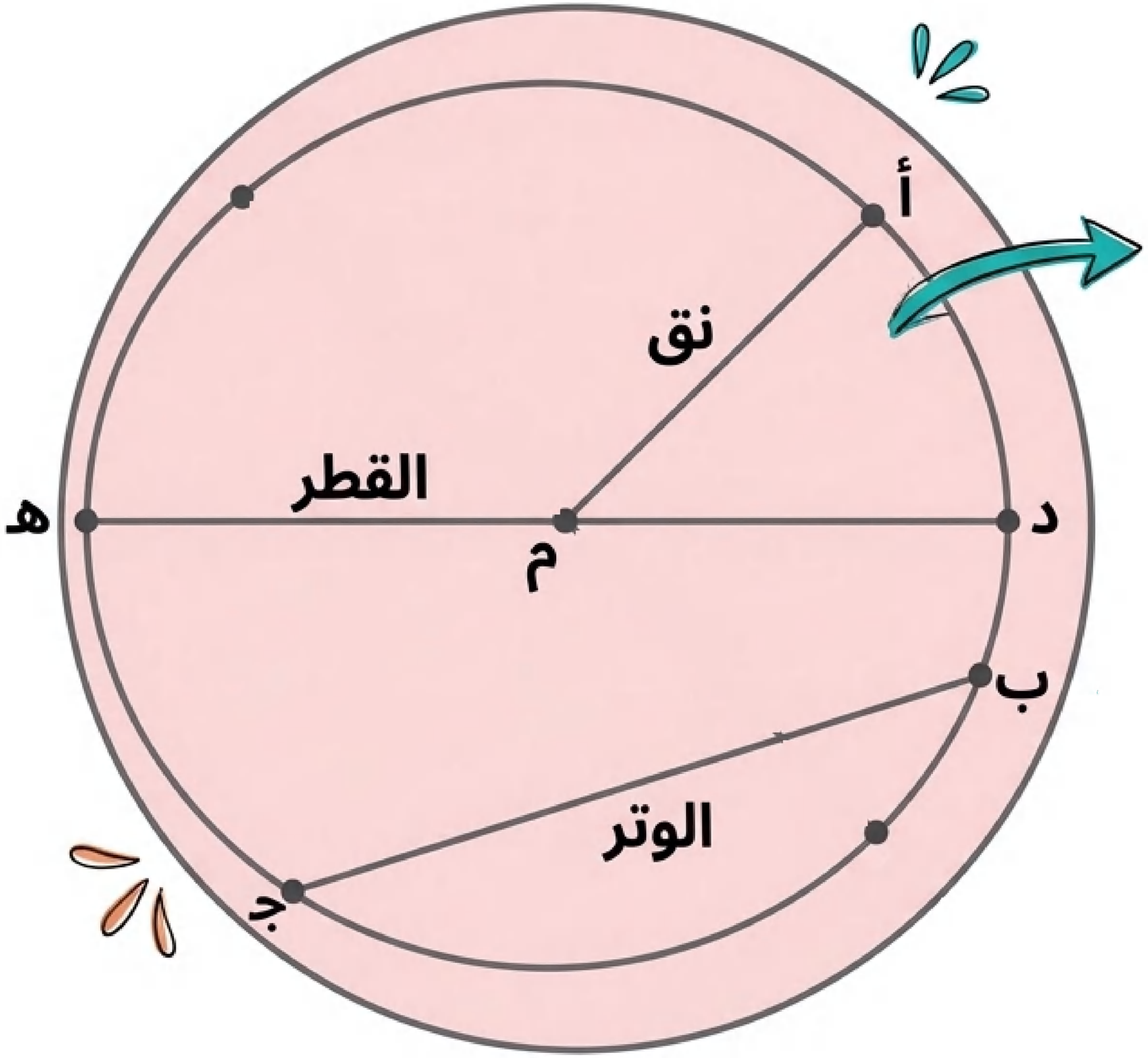
١. مجموعة النقط **داخل** الدايرة (زي: م، ك، هـ).

٢. مجموعة النقط **على** الدايرة (زي: أ، ب، جـ).

٣. مجموعة النقط **خارج** الدايرة (زي: س، ص، ع).

مفاهيم أساسية (تكملة)

نصف القطر، الوتر، والقطر



نصف القطر (نق): قطعة مستقيمة طرفاها مركز الدايرة وأي نقطة على الدايرة.
(زي م أ، م د ، م هـ).

**ملحوظة مهمة*: كل أنصاف الأقطار في الدايرة الواحدة متساوية في الطول.

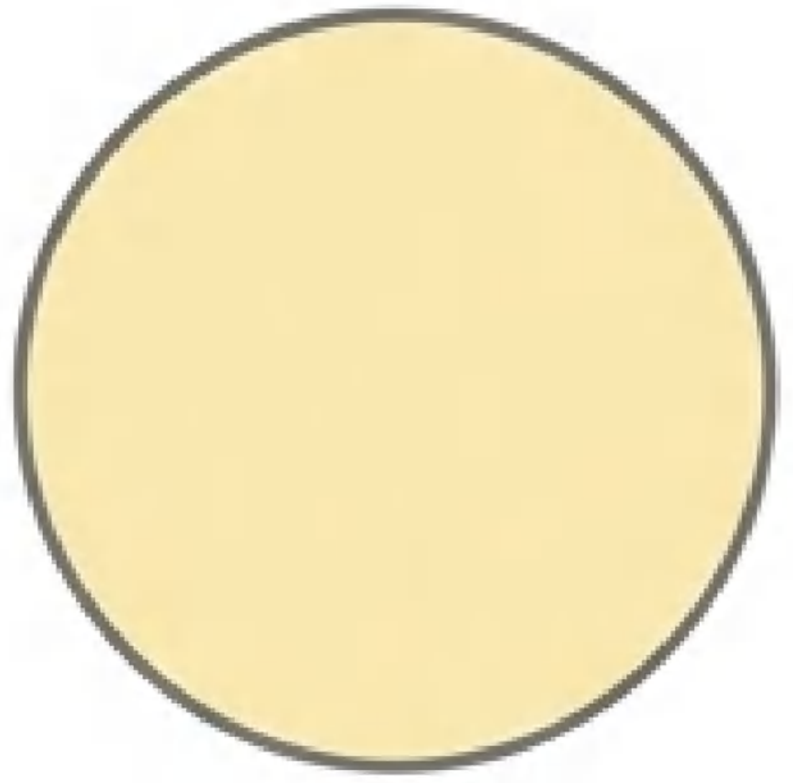
الوتر: قطعة مستقيمة طرفاها أي نقطتين على الدايرة. (زي ب جـ).

القطر: هو وتر مار بمركز الدايرة.
(وهو أطول وتر في الدايرة).
القطر = ٢ نق.

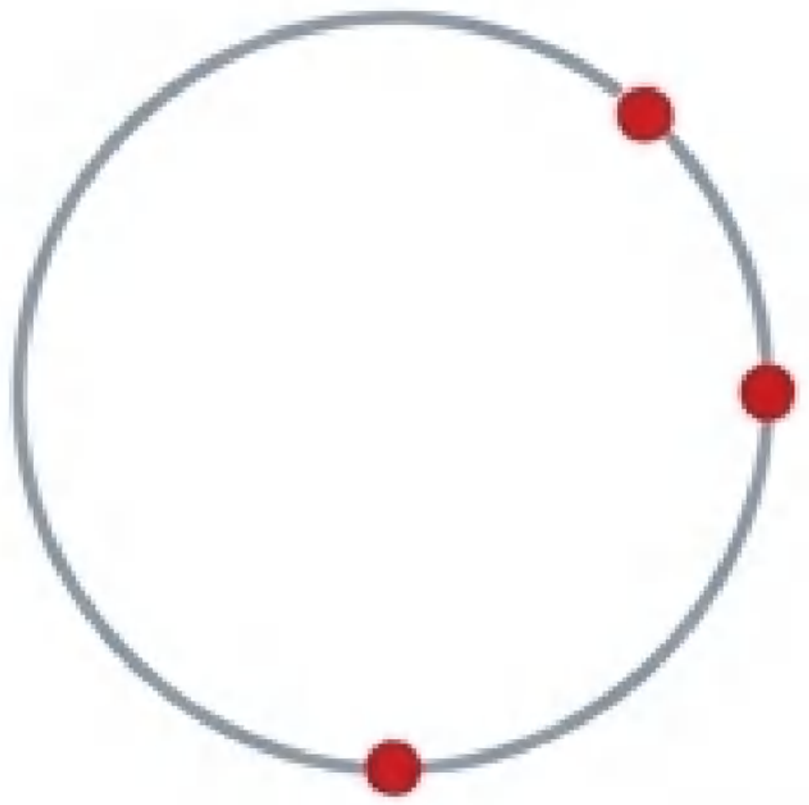
فرق مهم ومحور التماثل

الدائرة وسطح الدائرة

إيه الفرق بينهم؟



سطح الدائرة هو مجموعة نقط الدائرة ∪ مجموعة النقط داخل الدائرة.

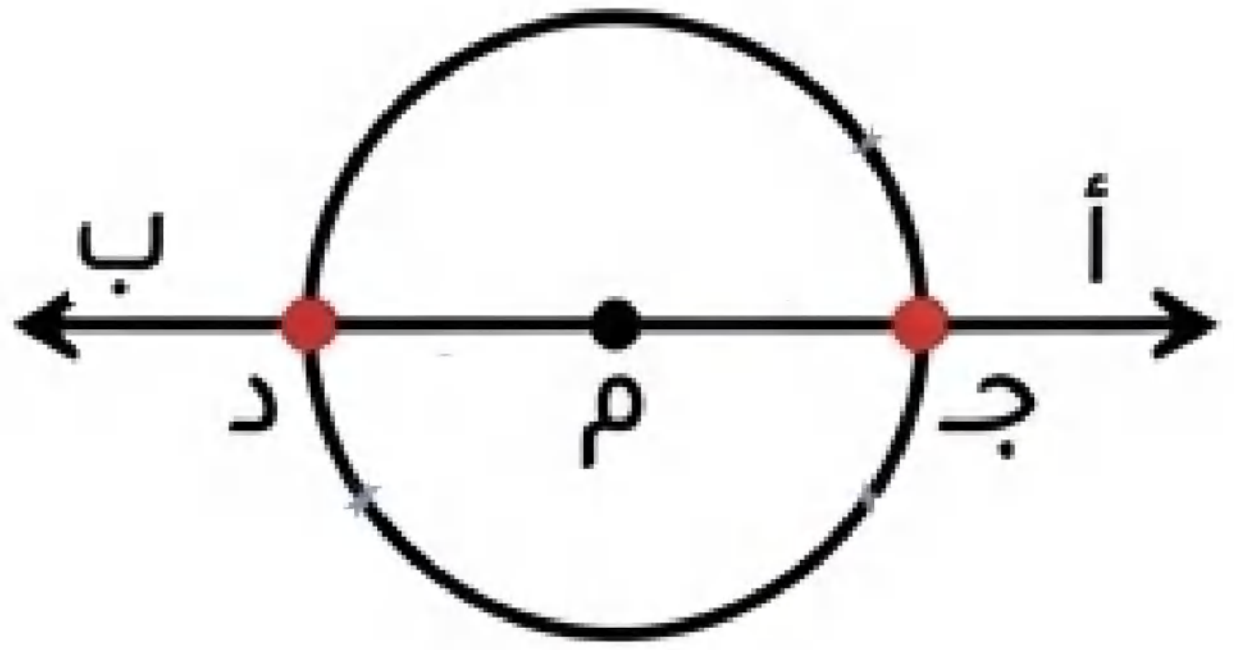


الدائرة هي الخط الخارجي فقط (مجموعة النقط على الدائرة).

في الشكل المقابل:

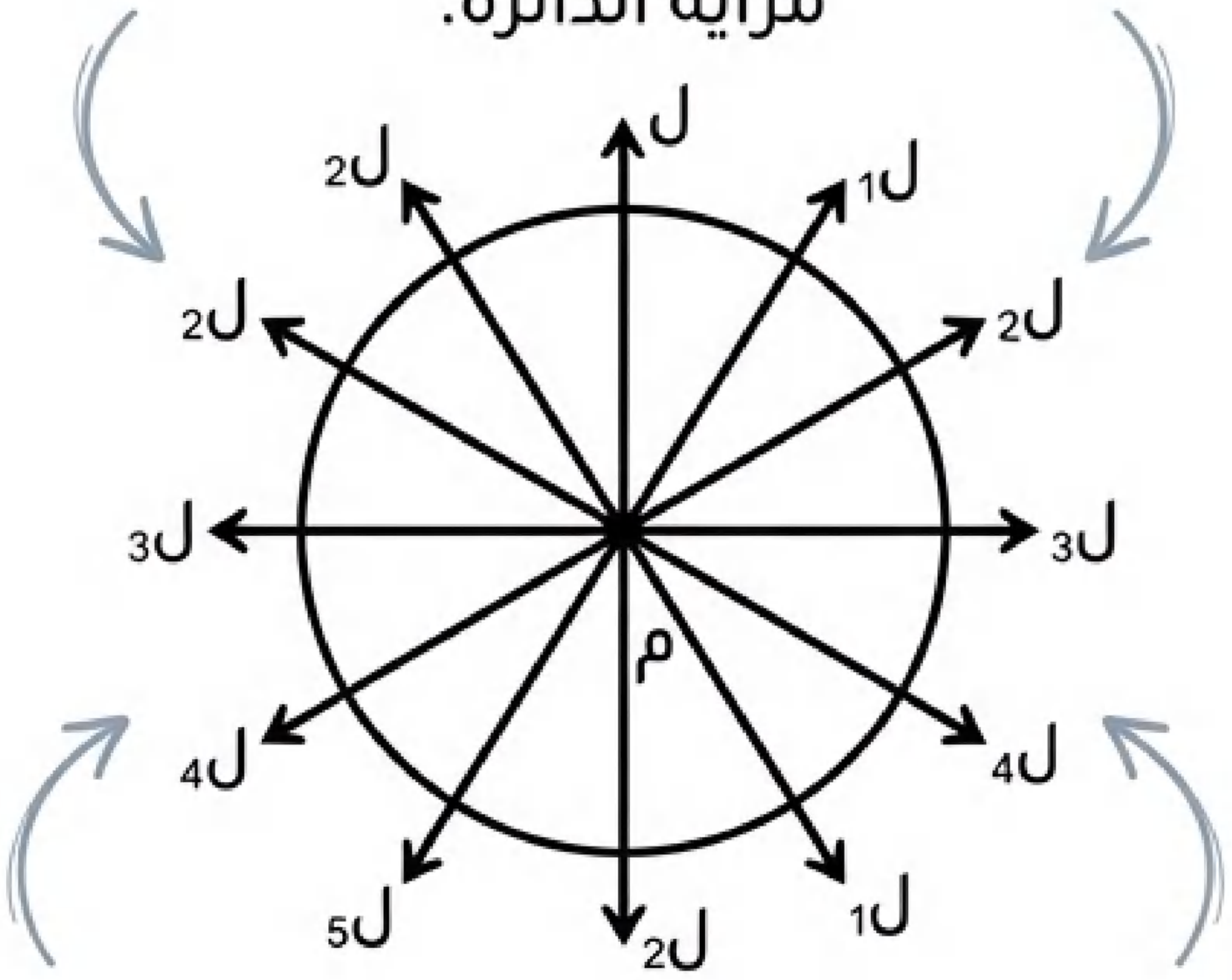
$\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ∩ الدائرة م = { جـ ، د}

لكن $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ∩ سطح الدائرة م = القطعة المستقيمة $\overline{\text{جـ د}}$.



التماثل في الدائرة

مراية الدائرة.

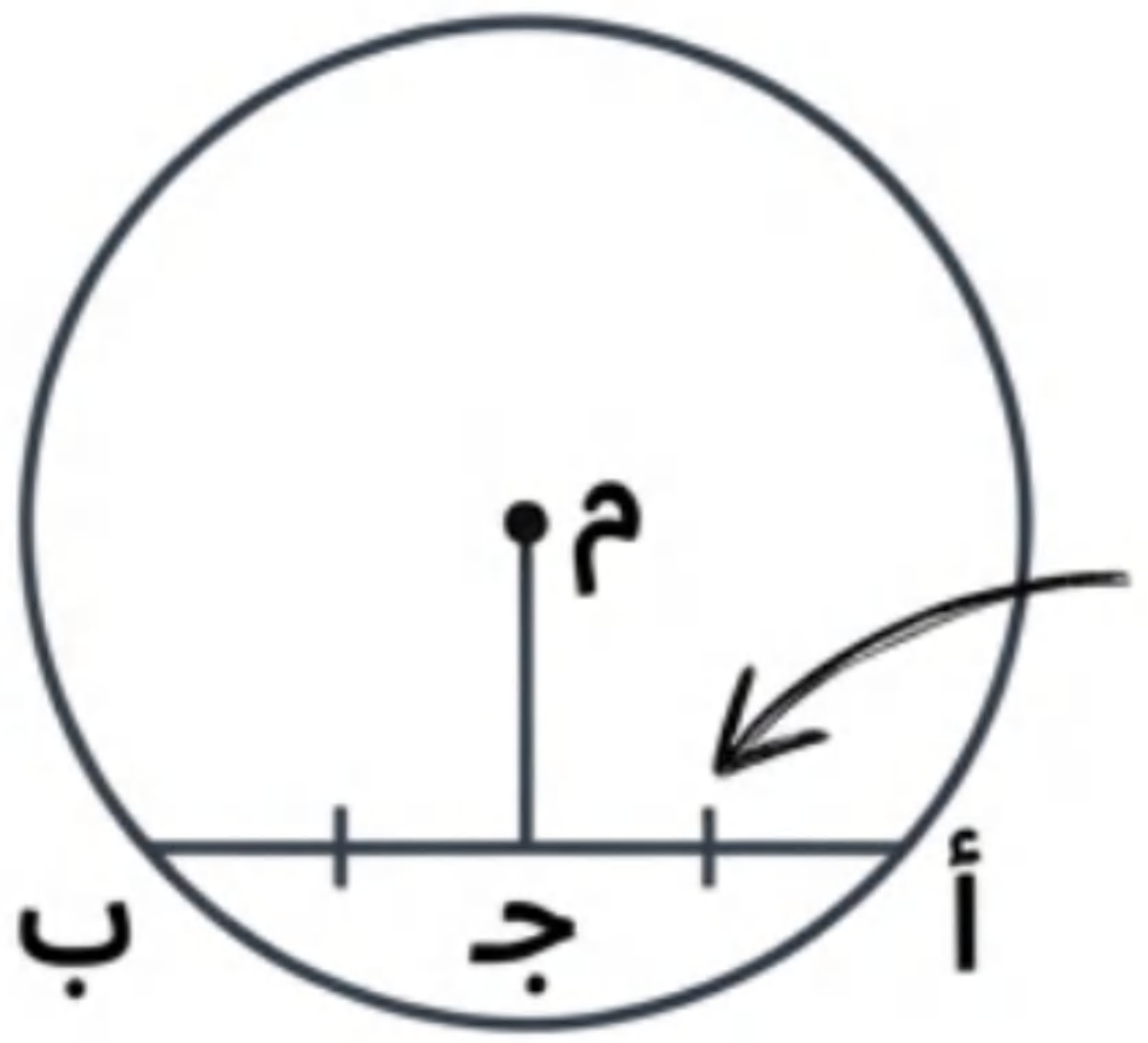


أي مستقيم يمر بمركز الدائرة هو محور تماثل لها.

نتيجة:

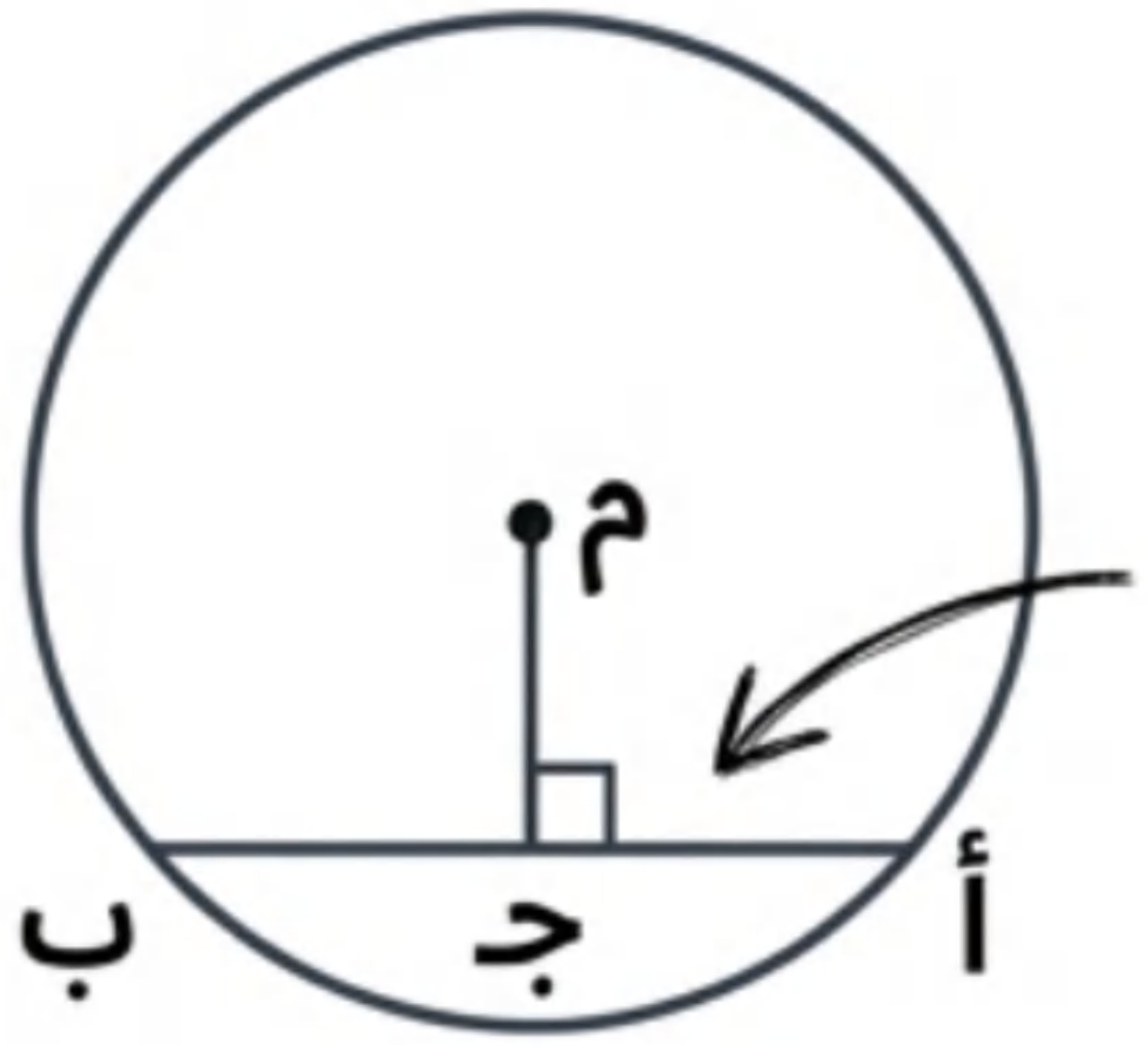
للدائرة عدد لا نهائي من محاور التماثل.

نتائج في منتهى الأهمية



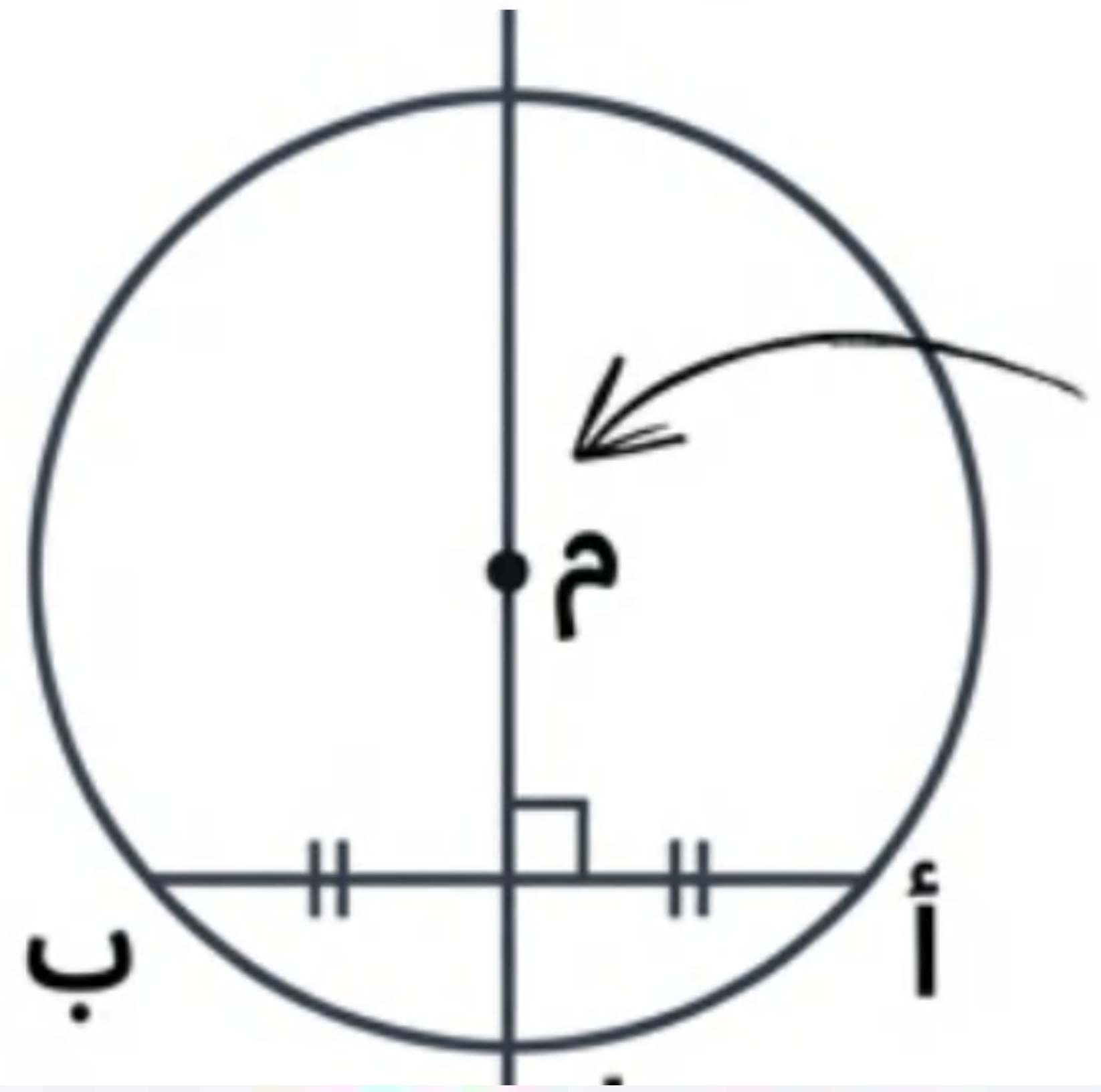
١ المستقيم المار **بالمركز وبمنتصف** أي وتر ⬅ **يكون عموديًا** على هذا الوتر.

(بيمر بالمنتصف ⬅ يبقى عمودي).



٢ المستقيم المار **بالمركز وعموديًا** على أي وتر ⬅ **ينصف** هذا الوتر.

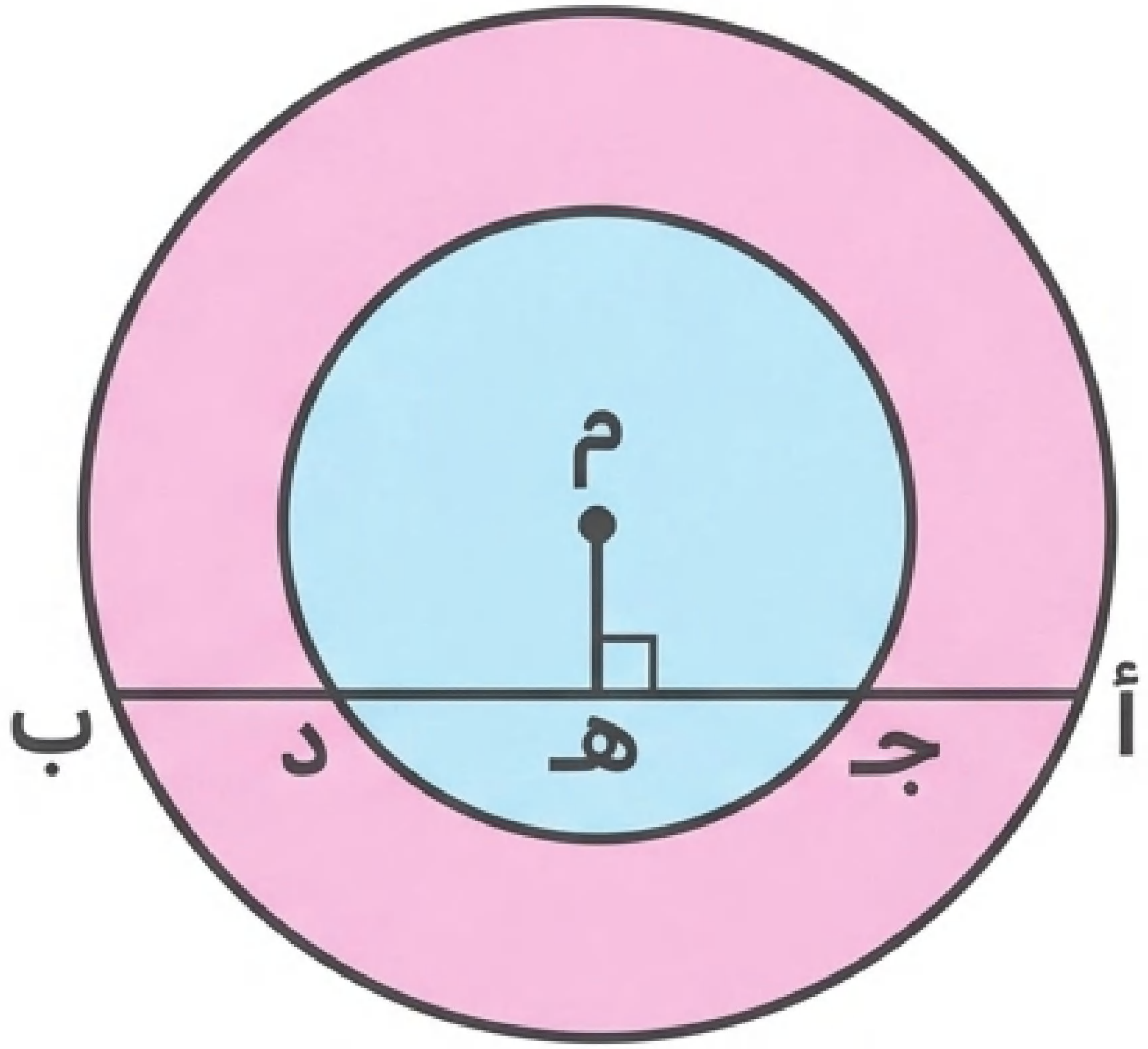
(عمودي ⬅ يبقى بينصف).



٣ المستقيم **العمودي** على أي وتر **من منتصفه** ⬅ **يمر بالمركز.**

(عمودي وبينصف ⬅ يبقى لازم يمر بالمركز).

مثال تطبيقي على النتائج



المعطيات: دائرتان متحدتا المركز م ، الوتر أ ب في الدائرة الكبرى يقطع الصغرى في جـ، د.

المطلوب: إثبات أن أ جـ = د ب.

** البرهان (خطوات الحل):

✓١. **العمل:** نرسم م هـ ⊥ أ ب.

✓٢. **في الدايرة الكبرى:** بما أن م هـ ⊥ أ ب ⟵
إذن هـ منتصف أ ب . (يعني أ هـ = هـ ب) ... (١)

✓٣. **في الدايرة الصغرى:** بما أن م هـ ⊥ جـ د ⟵
إذن هـ منتصف جـ د. (يعني جـ هـ = هـ د) ... (٢)

✓٤. **بطرح (٢) من (١):**
أ هـ − جـ هـ = هـ ب − هـ د ⟵
إذن **أ جـ = د ب**. (وهو المطلوب إثباته).

ملخص الدرس الأول

الدايرة: هي نقط بتبعد بعد ثابت (نق) عن نقطة ثابتة (المركز م).

القطر: هو أطول وتر ولازم يمر بالمركز.

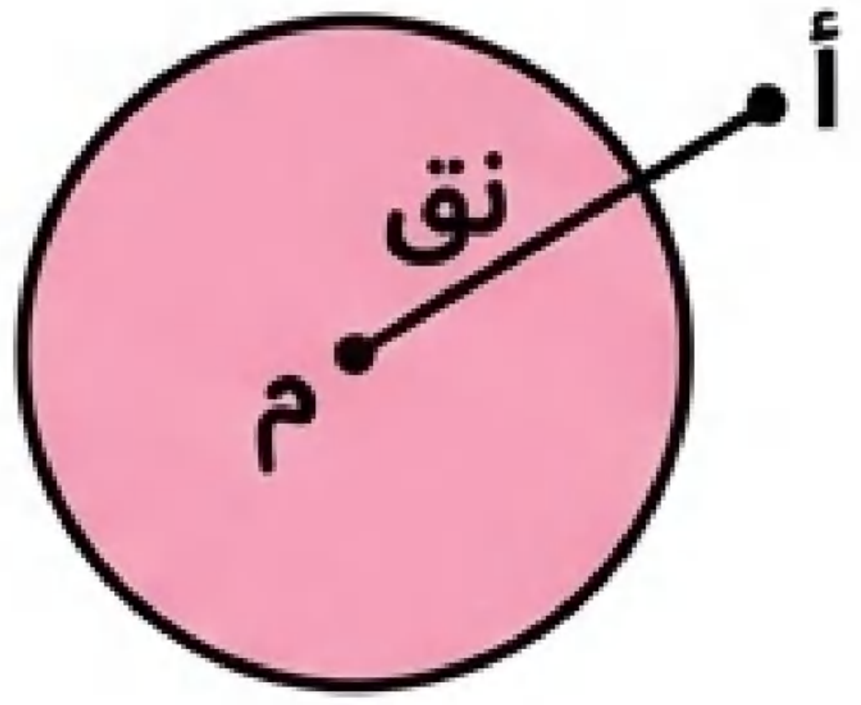
القواعد الذهبية الثلاث (متنساهمش!):

- مركز + منتصف وتر ← عمودي.
- مركز + عمودي على وتر ← ينصف.
- عمودي على وتر من منتصفه ← يمر بالمركز.

وضع نقطة ومستقيم بالنسبة للدائرة

وضع نقطة (أ)

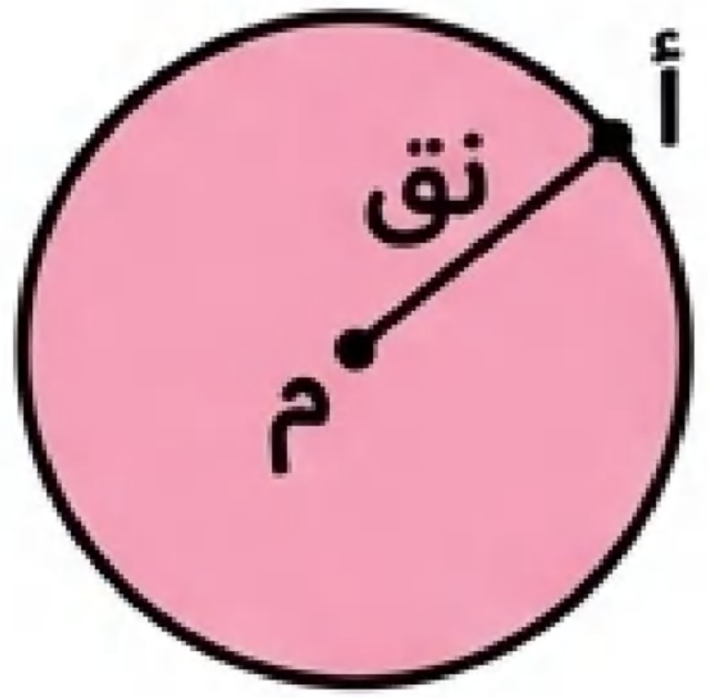
الحالة ١



أ خارج الدائرة

↩ **الشرط: م أ > نق.**

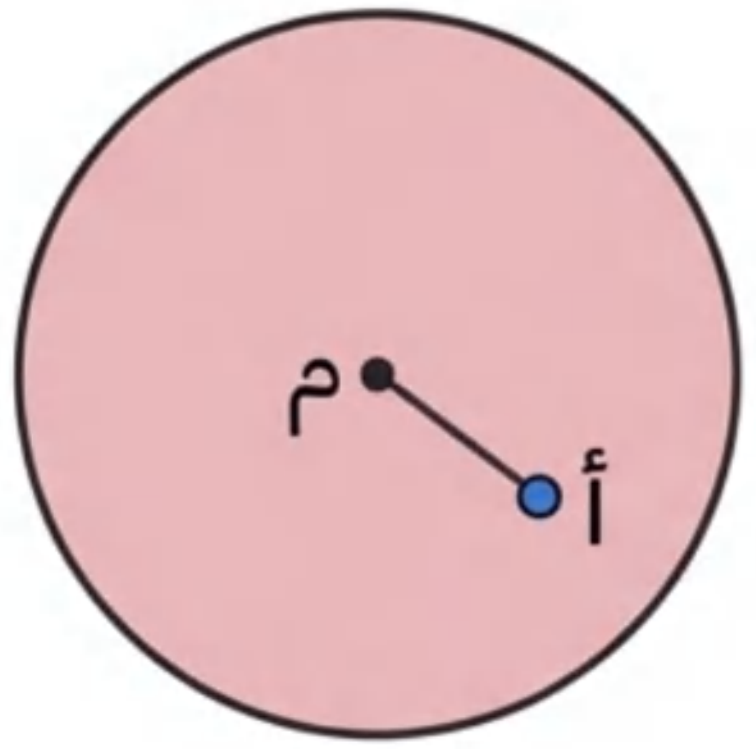
الحالة ٢



أ على الدائرة

↩ **الشرط: م أ = نق.**

الحالة ٣

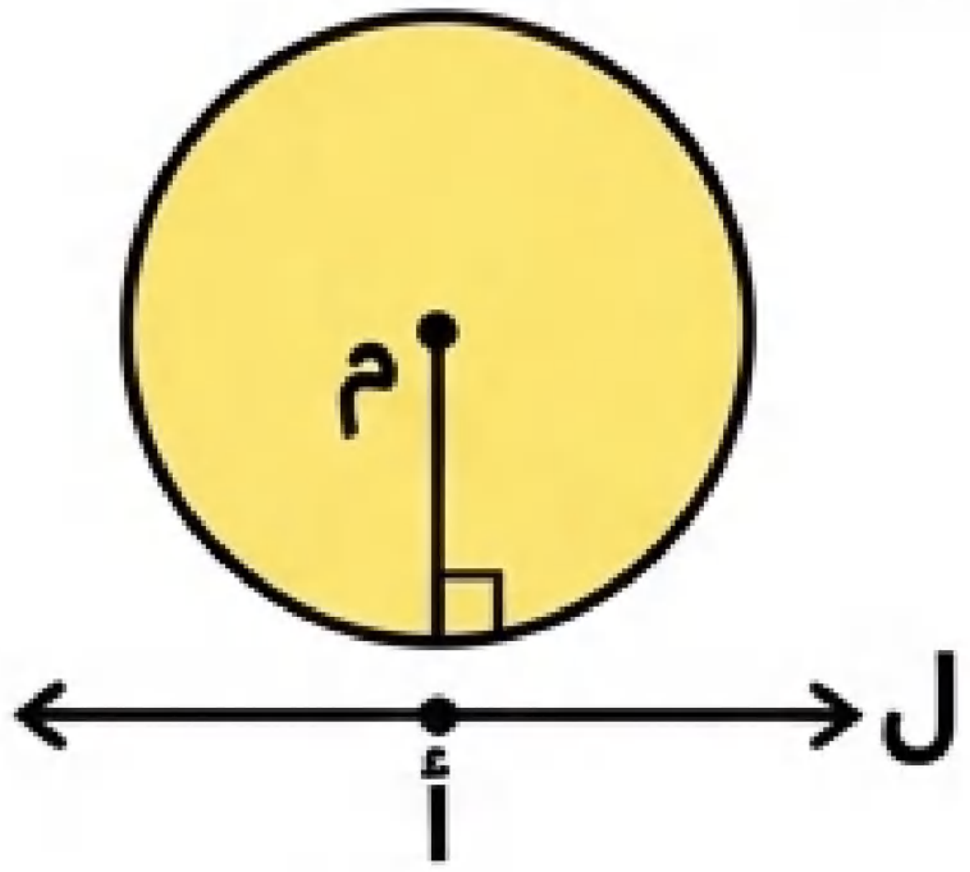


أ داخل الدائرة

↩ **الشرط: م أ < نق.**

وضع مستقيم (ل)

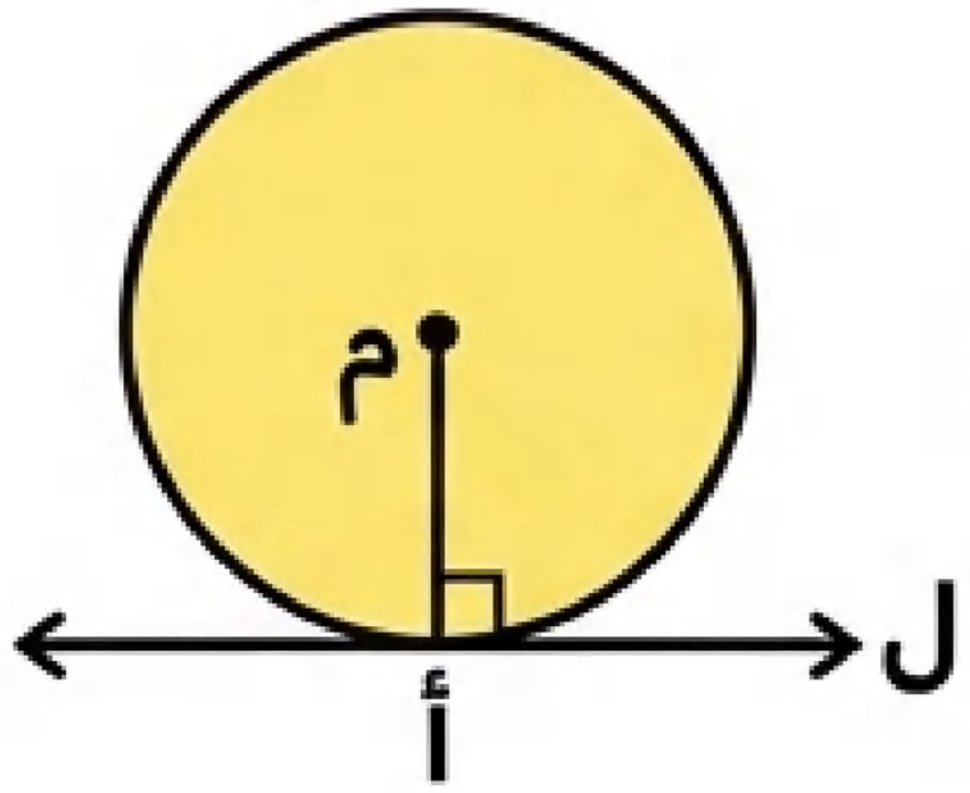
الحالة ١



ل خارج الدائرة (ل ∩ الدائرة = ∅)

↩ **الشرط: م أ > نق.**

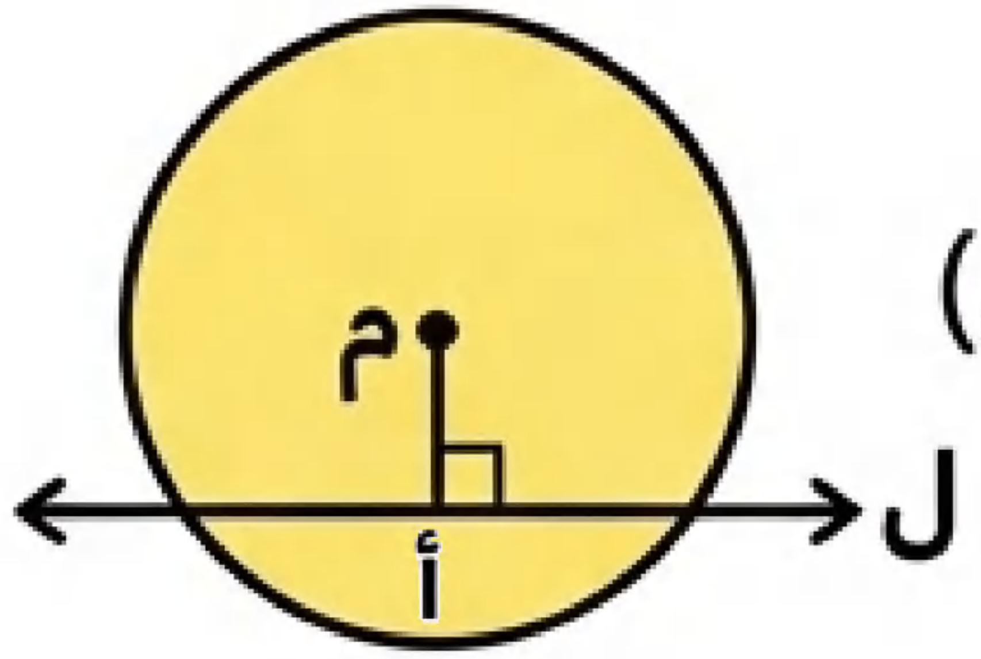
الحالة ٢



ل مماس للدائرة (ل ∩ الدائرة = نقطة)

↩ **الشرط: م أ = نق.**

الحالة ٣



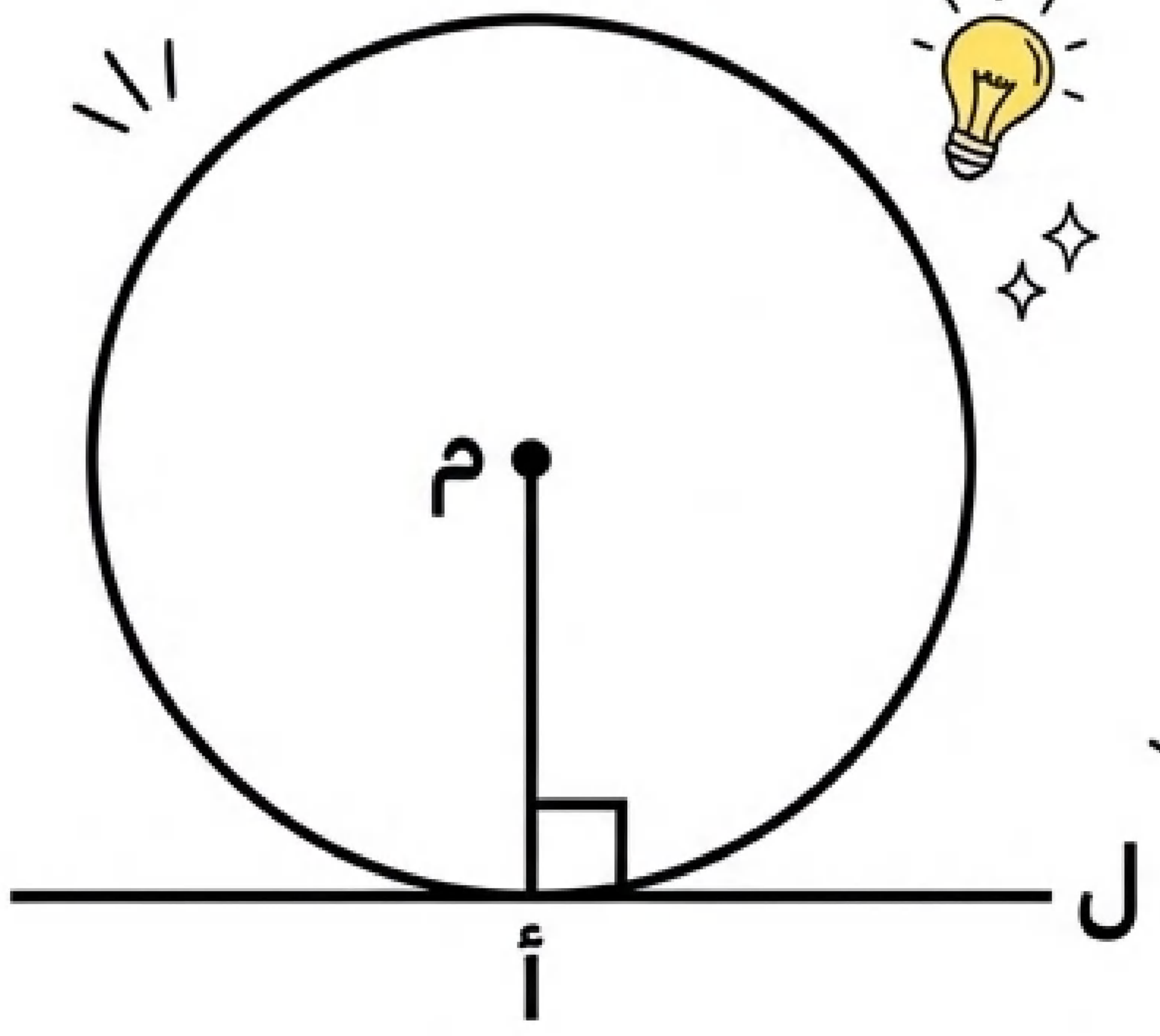
ل قاطع للدائرة (ل ∩ الدائرة = نقطتين)

↩ **الشرط: م أ < نق.**

(حيث **م أ** هو البعد العمودي من المركز للمستقيم)

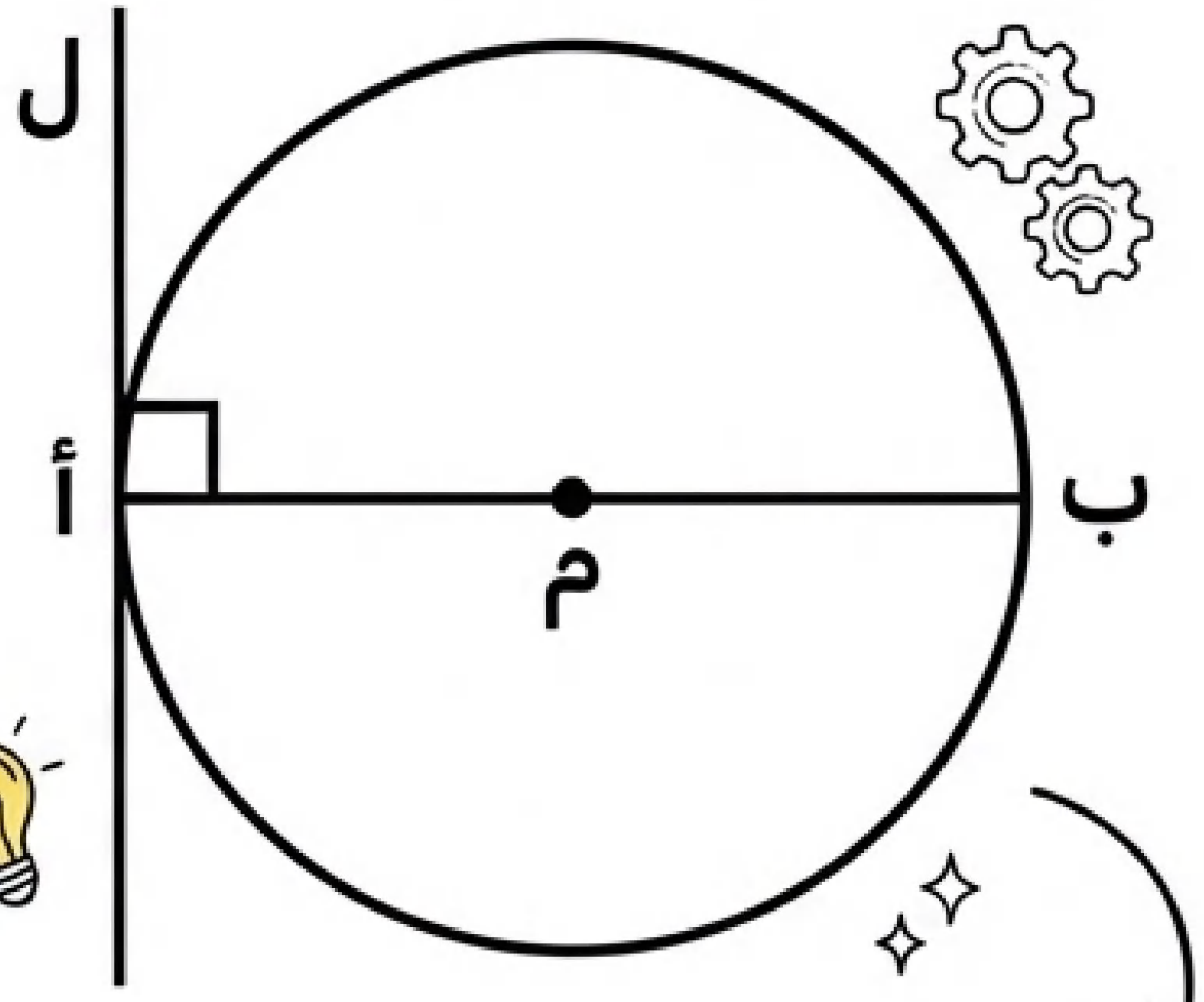
حقائق ذهبية عن المماس

المماس ونصف القطر صحاب مبيفترقوش!



- المماس للدائرة يكون عموديًا على نصف القطر المرسوم من نقطة التماس.

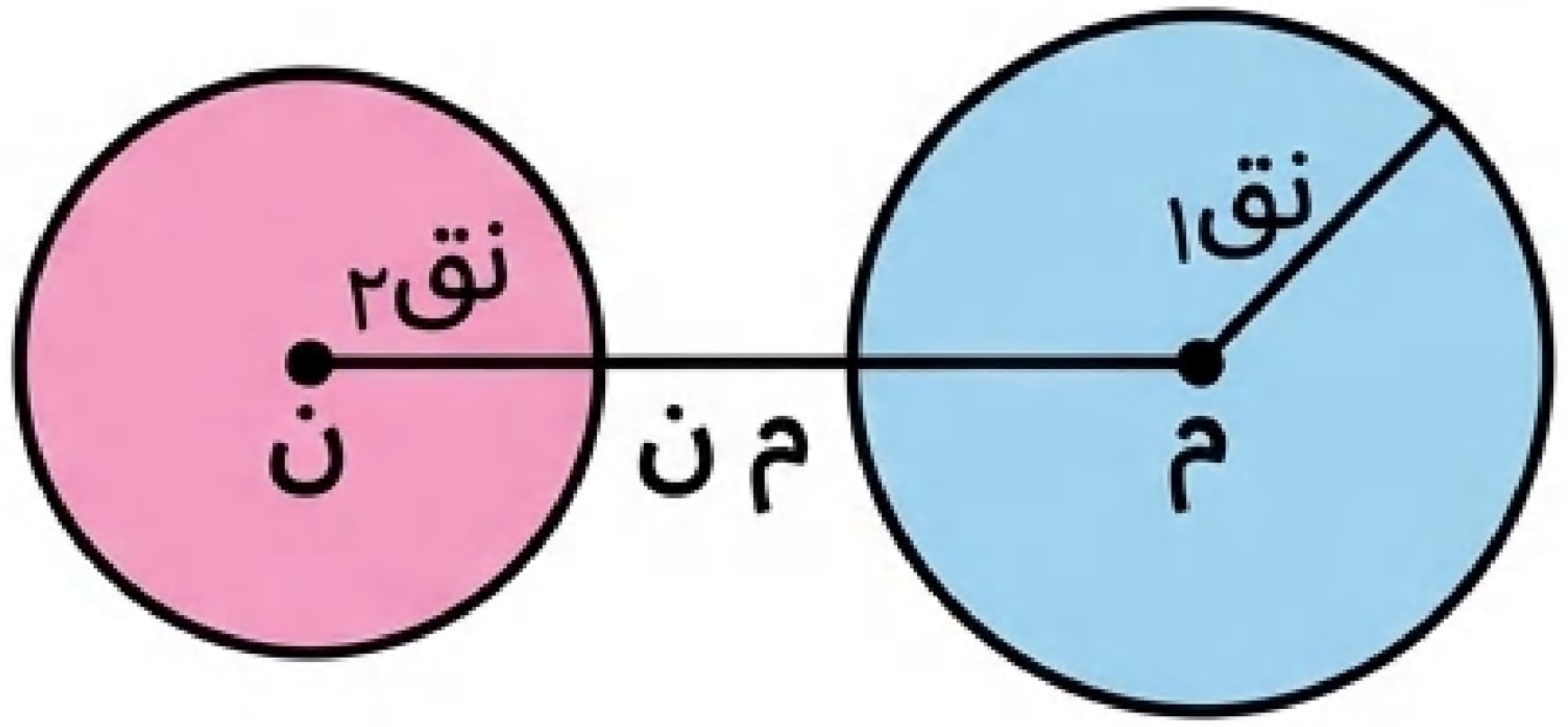
مماس ⊥ نصف القطر



- المستقيم العمودي على قطر الدائرة من إحدى نهايتيه يكون مماسًا للدائرة.

لو الخط عمودي على نهاية القطر ← يبقى مماس.

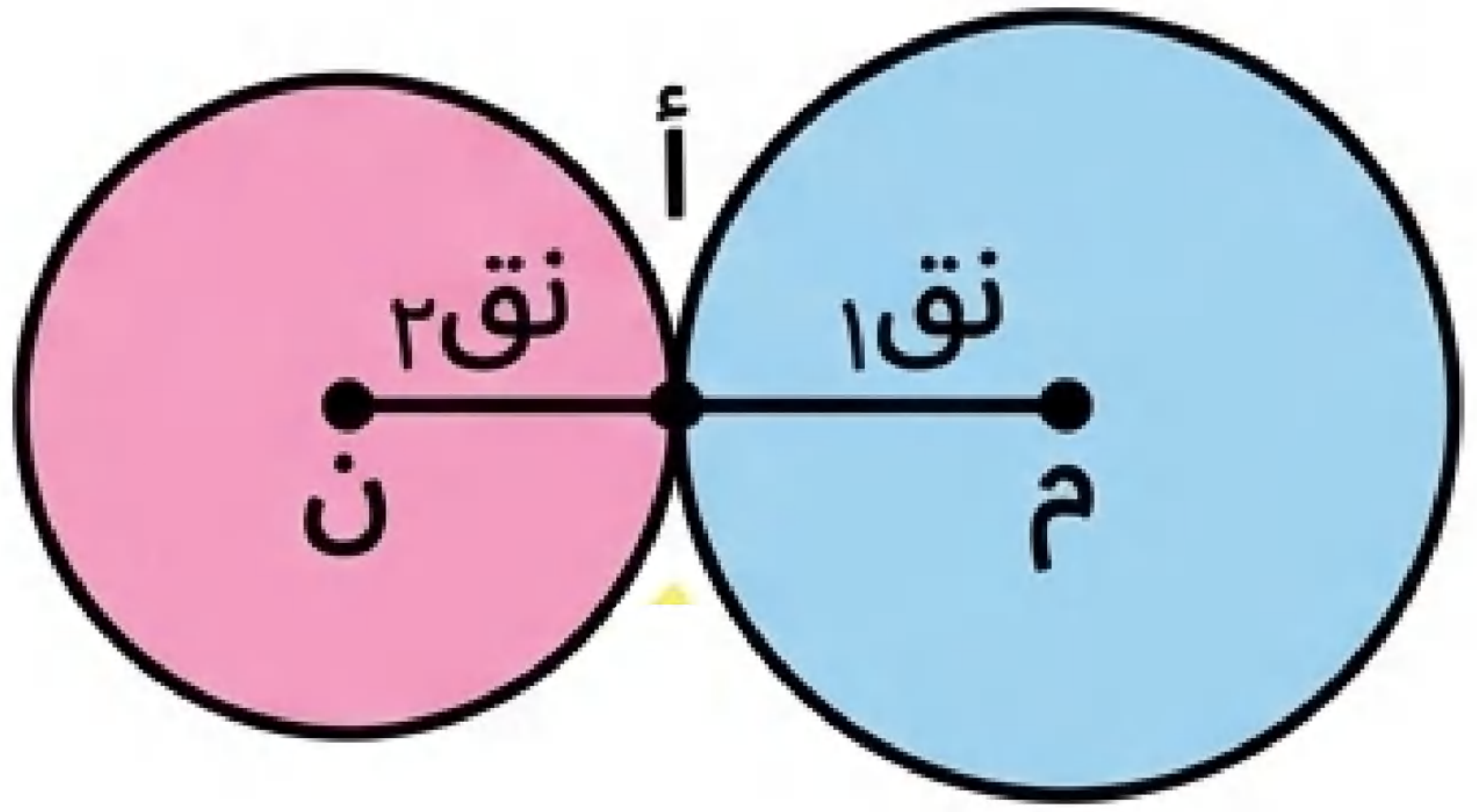
👫 وضع دائرة بالنسبة لأخرى (الجزء الأول)


نق١
نق٢
ن
م ن
م

متباعدتان

الشرط: م ن > نق١ + نق٢

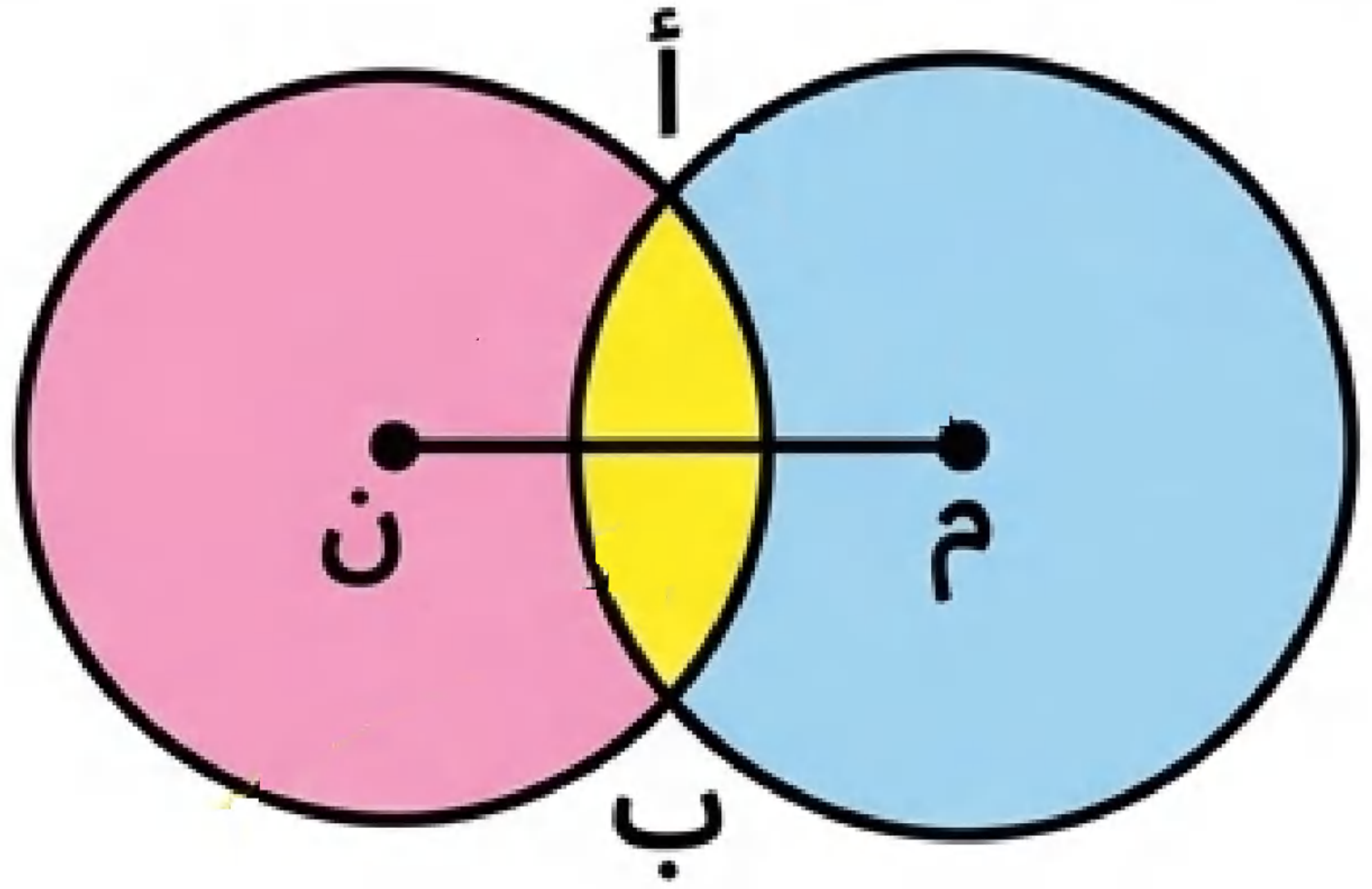
التقاطع: الدائرة م ∩ الدائرة ن = ∅



متماستان من الخارج

الشرط: م ن = نق١ + نق٢

التقاطع: الدائرة م ∩ الدائرة ن = {أ}

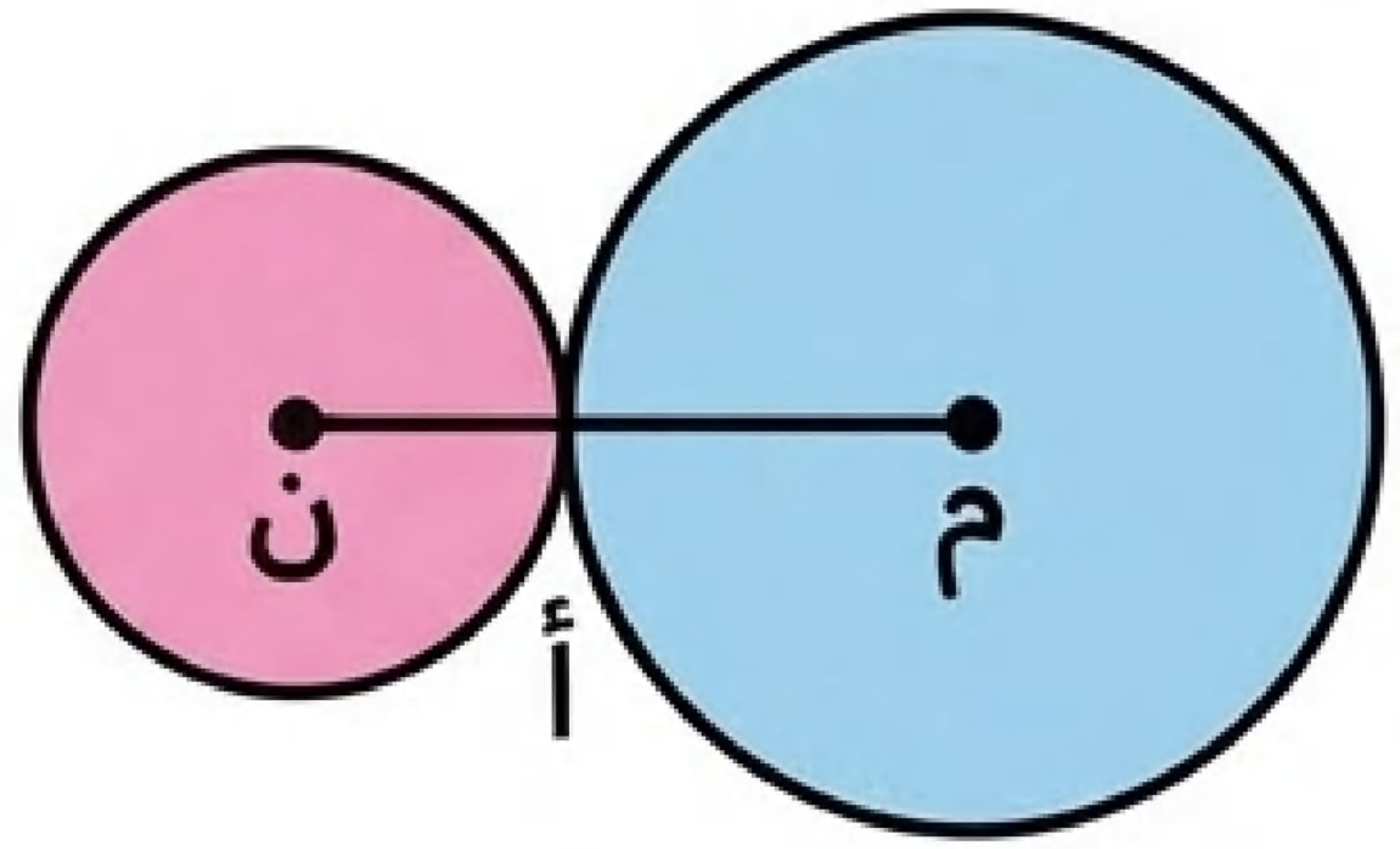


متقاطعتان

الشرط: نق١ - نق٢ < م ن < نق١ + نق٢

التقاطع: الدائرة م ∩ الدائرة ن = {أ ، ب}

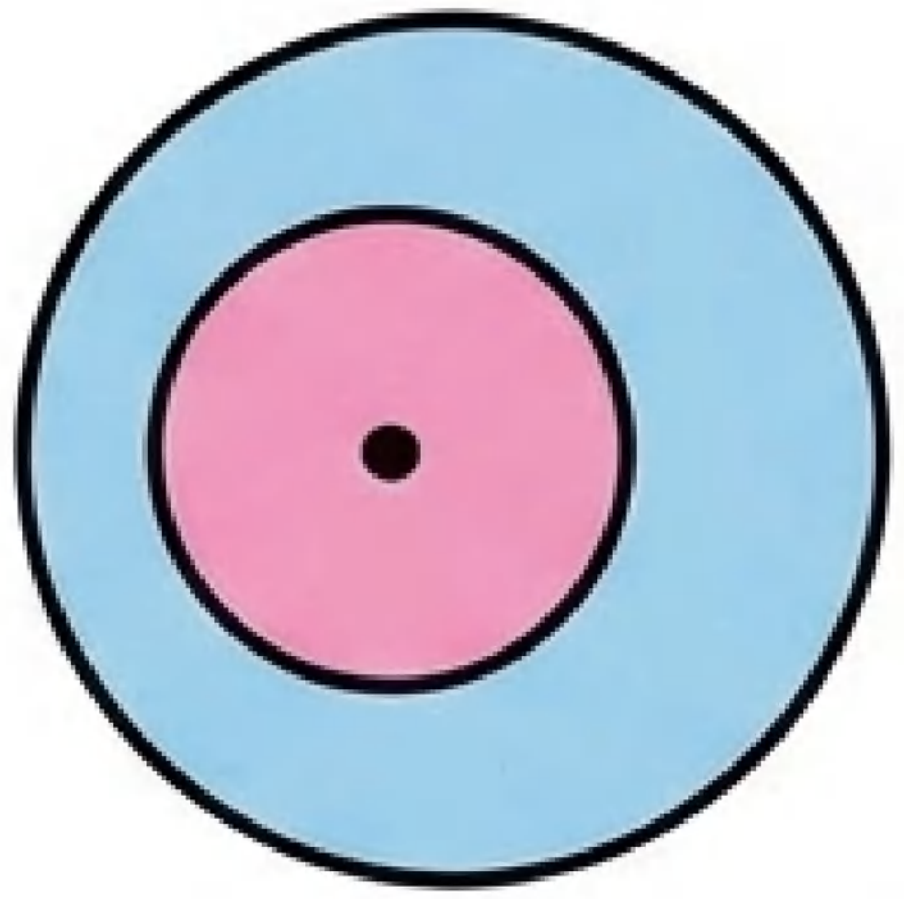
وضع دائرة بالنسبة لأخرى (الجزء الثاني)



متماستان من الداخل

الشرط: م ن = نق$_1$ − نق$_2$

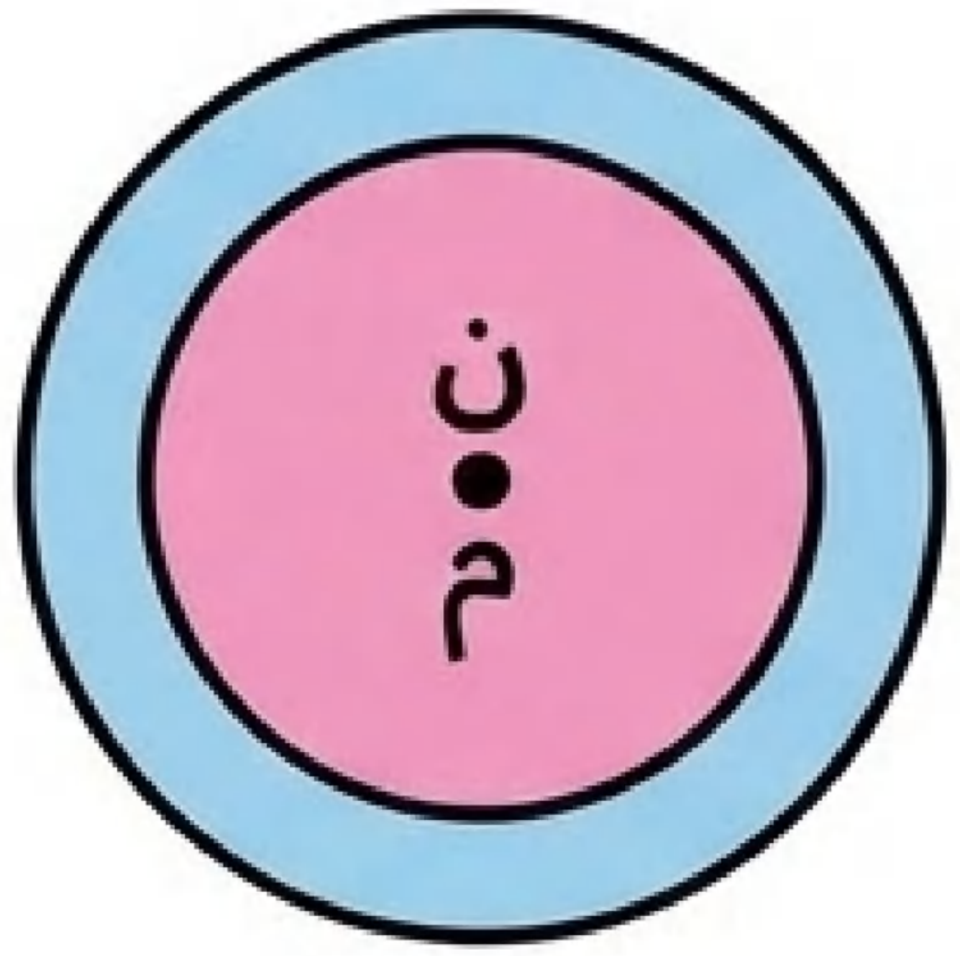
التقاطع: الدائرة م ∩ الدائرة ن = {أ}



متداخلتان

الشرط: م ن < نق$_1$ − نق$_2$

التقاطع: الدائرة م ∩ الدائرة ن = ∅

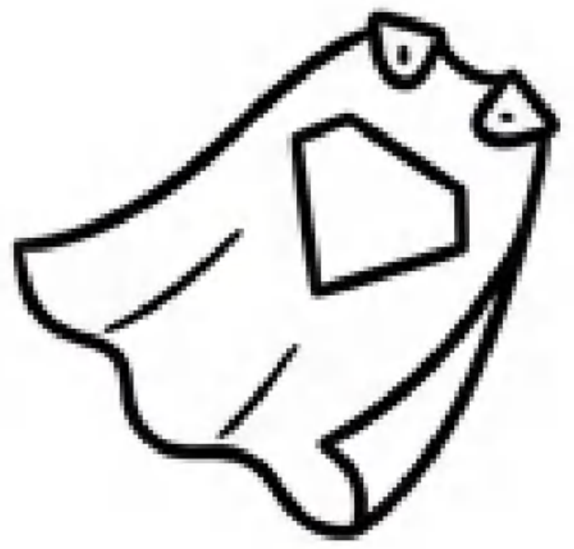


متحدتا المركز

الشرط: م ن = صفر

التقاطع: الدائرة م ∩ الدائرة ن = ∅

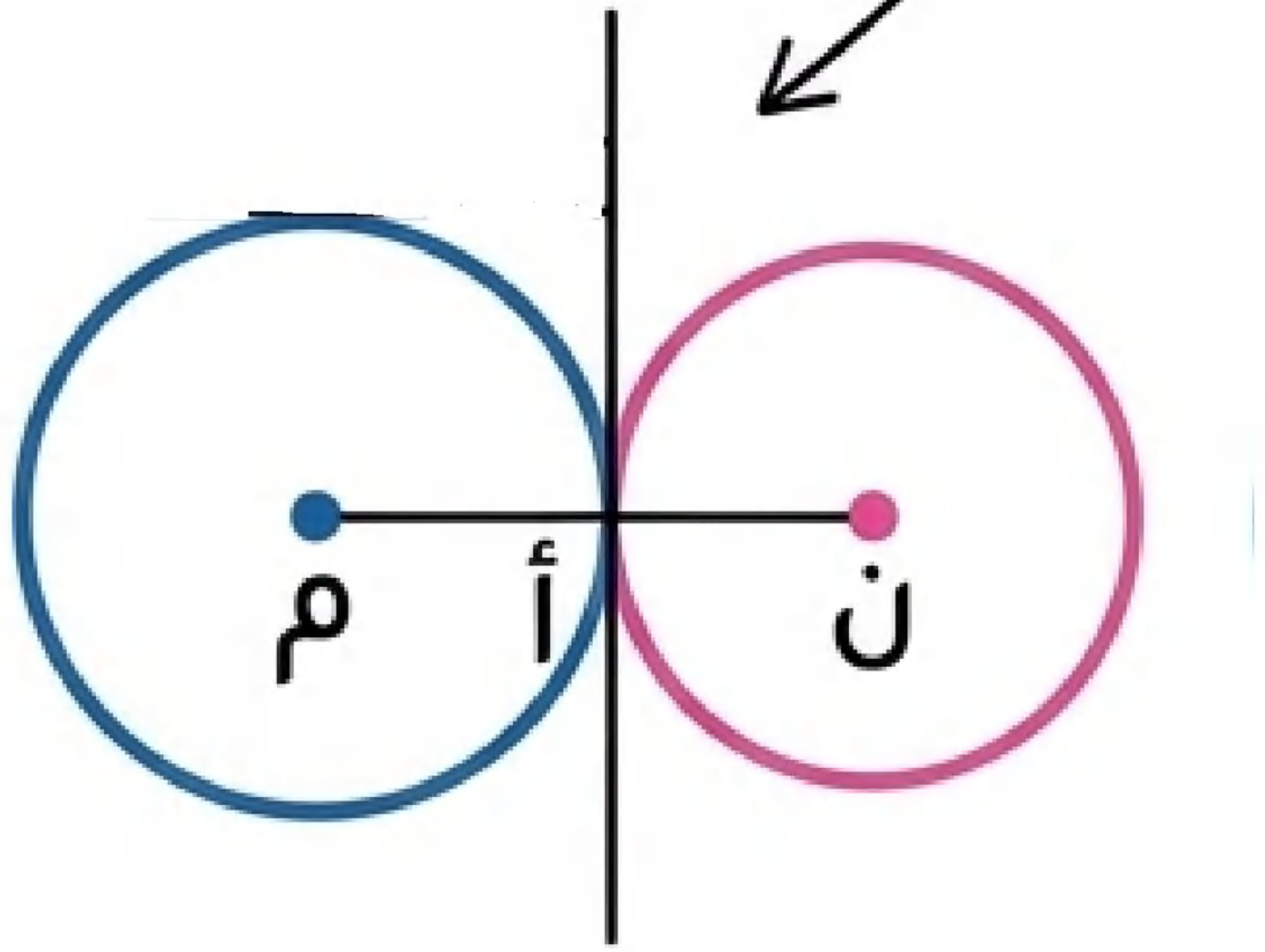
🔥 خط المركزين: الـ superpower



الخط اللي بيحل مشاكل كتير بين أي دائرتين.

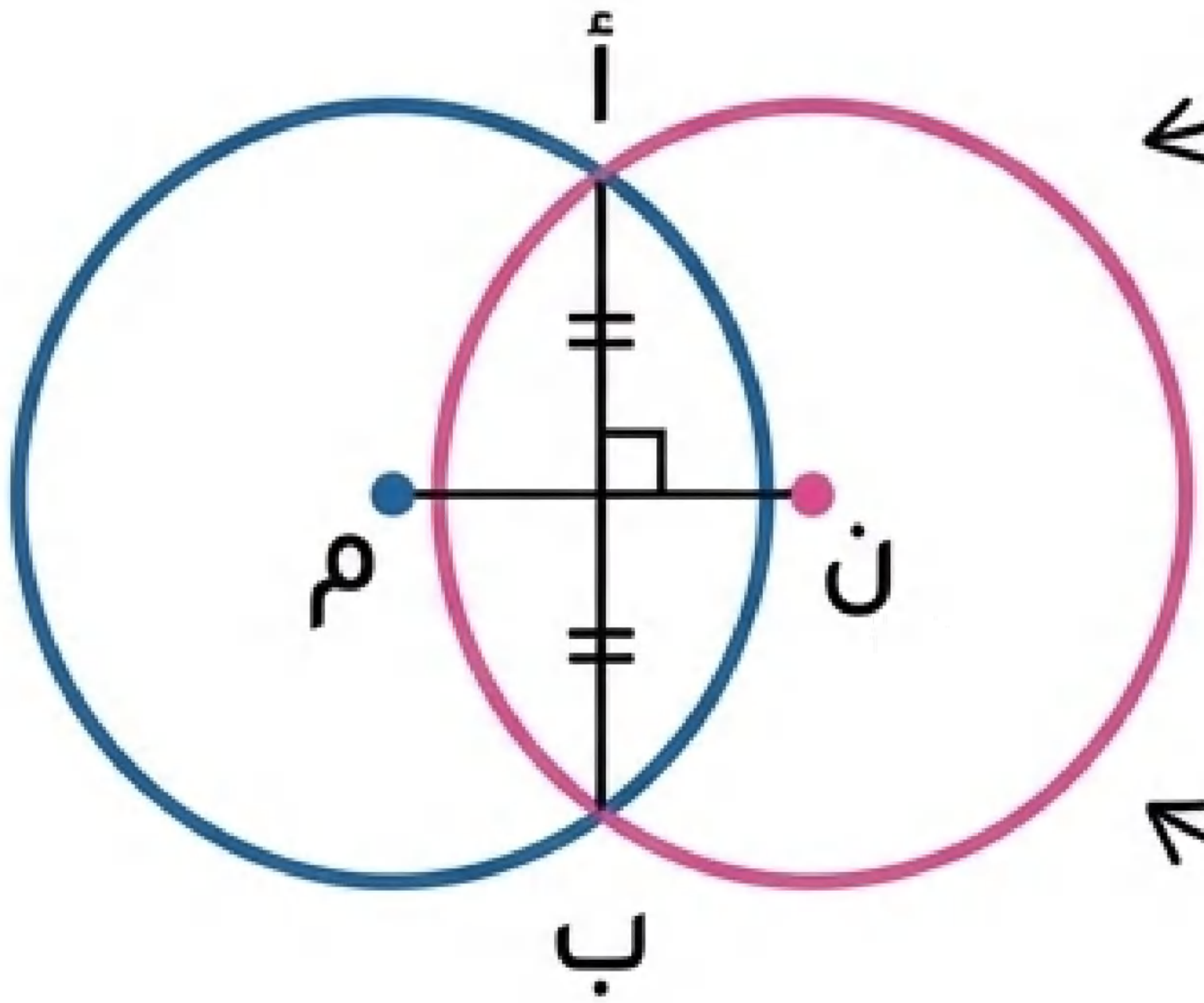
في حالة الدائرتين المتماستين

خط المركزين يمر بنقطة التماس ويكون عموديًا على المماس المشترك عند هذه النقطة.



في حالة الدائرتين المتقاطعتين

خط المركزين يكون عموديًا على الوتر المشترك وينصفه.



يعني: $\overrightarrow{\text{م ن}}$ هو محور تماثل للوتر المشترك أ ب.

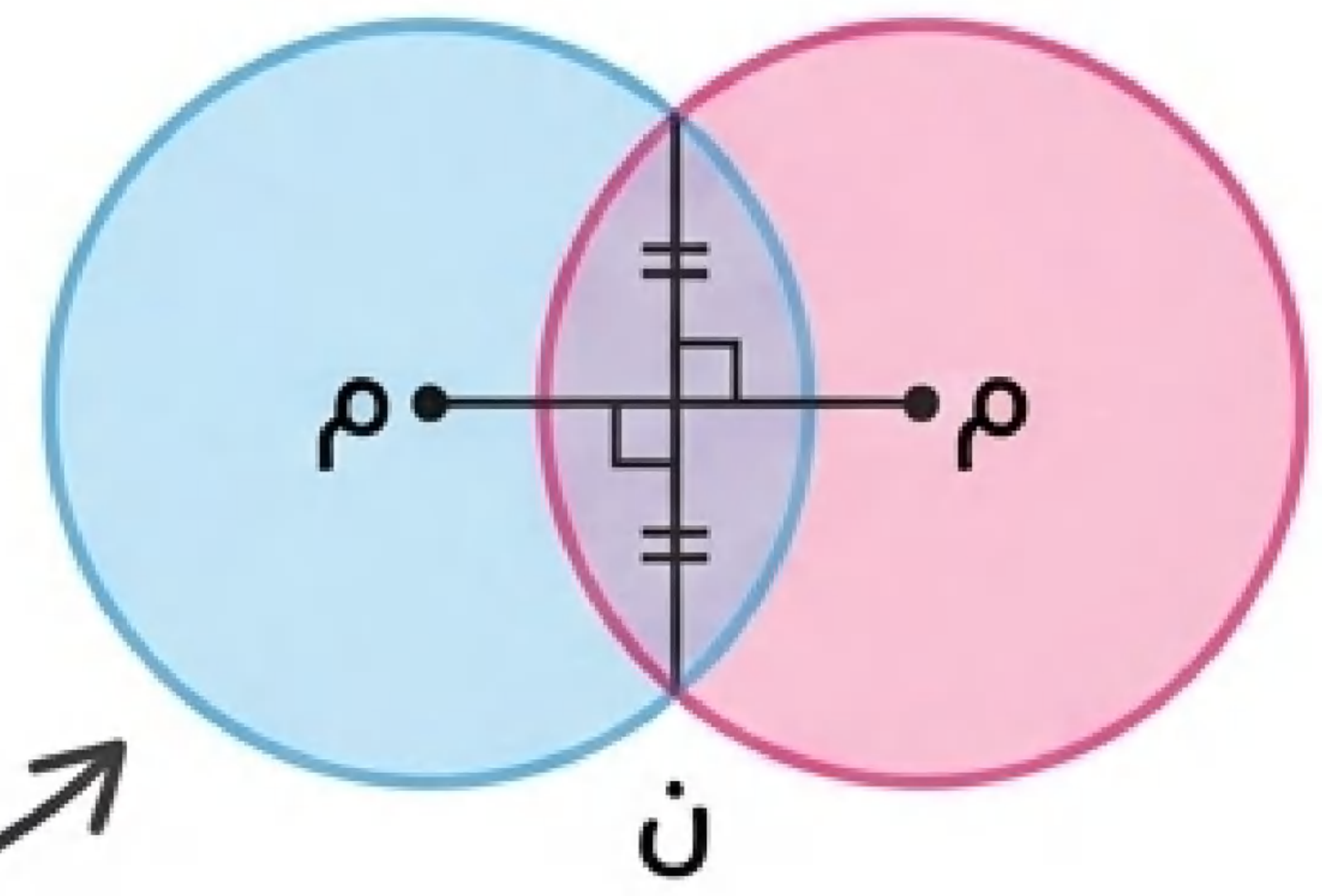
ملخص الدرس الثاني

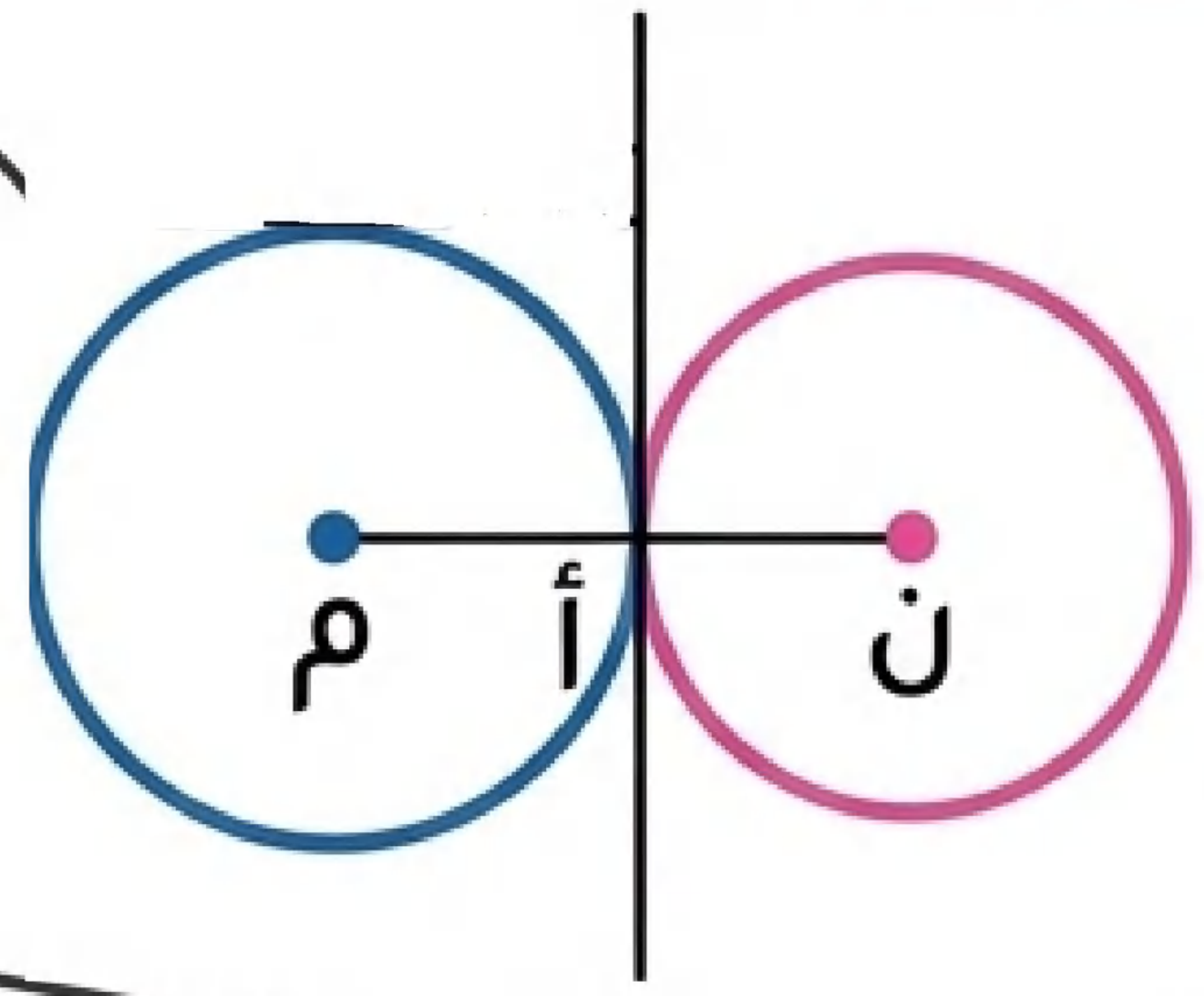
مفتاح الحل: دايماً قارن المسافة من المركز **(م أ)** بنصف القطر **(نق)**.

النقطة والمستقيم: أكبر من **نق** (خارج)، يساوي **نق** (على/مماس)، أصغر من **نق** (داخل/قاطع).

الدايرتين: قارن خط المركزين **(م ن)** بمجموع نصفي القطرين **(نق$_1$ + نق$_2$)** والفرق بينهم **(نق$_1$ - نق$_2$)**.

نتيجتان هامتان جدًا:



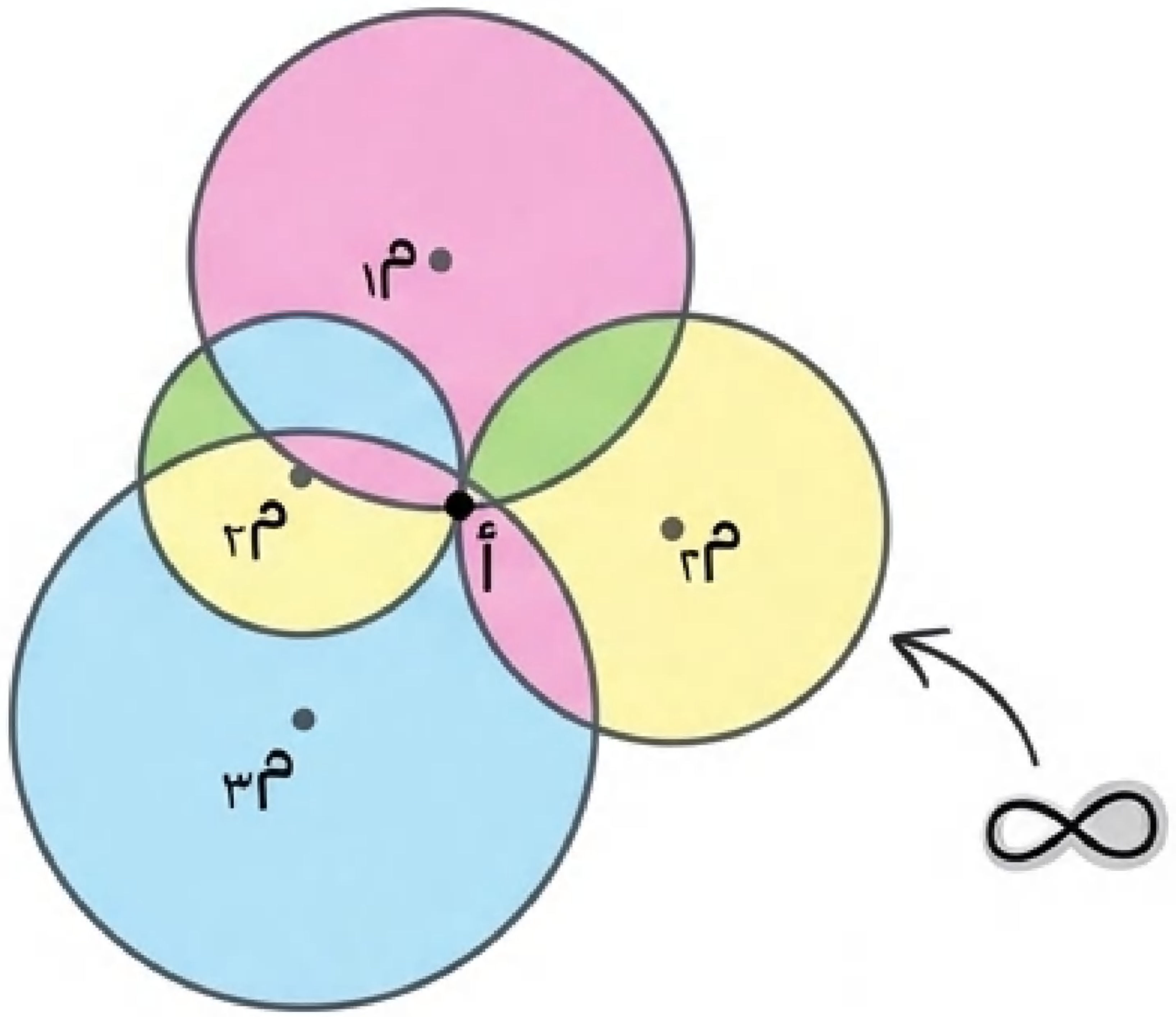


1. **خط المركزين** لدايرتين **متماستين** بيمر بنقطة **التماس** ووبيكون عمودي على المماس المشترك.
2. **خط المركزين** لدايرتين **متقاطعتين** بيكون عمودي على **الوتر** المشترك وينصفه.

الدرس الثالث: تعيين الدائرة

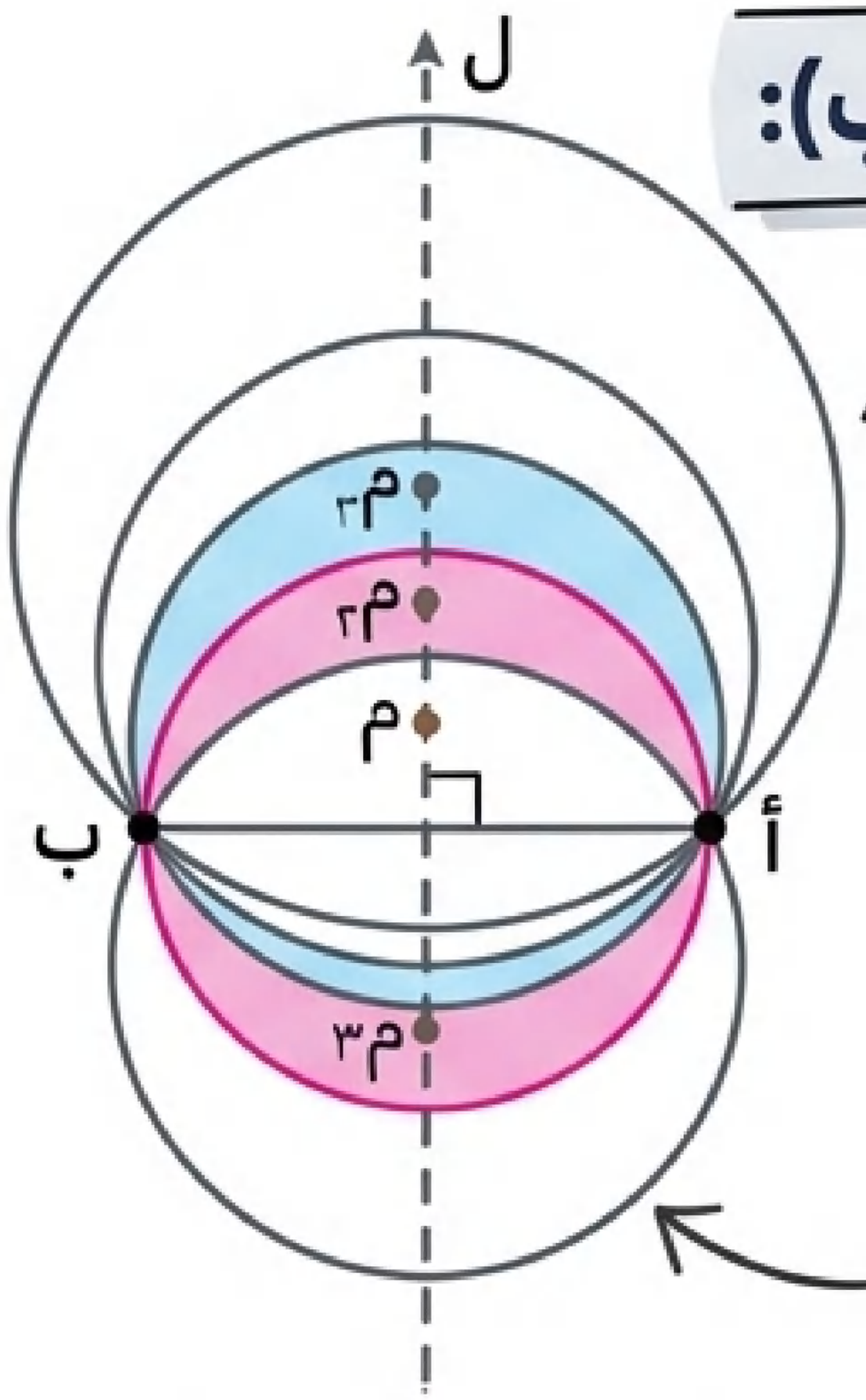
إزاي نرسم دايرة تمر بنقط معينة؟

رسم دايرة تمر بنقطة واحدة (أ):



يمكن رسم **عدد لا نهائي** من الدوائر.

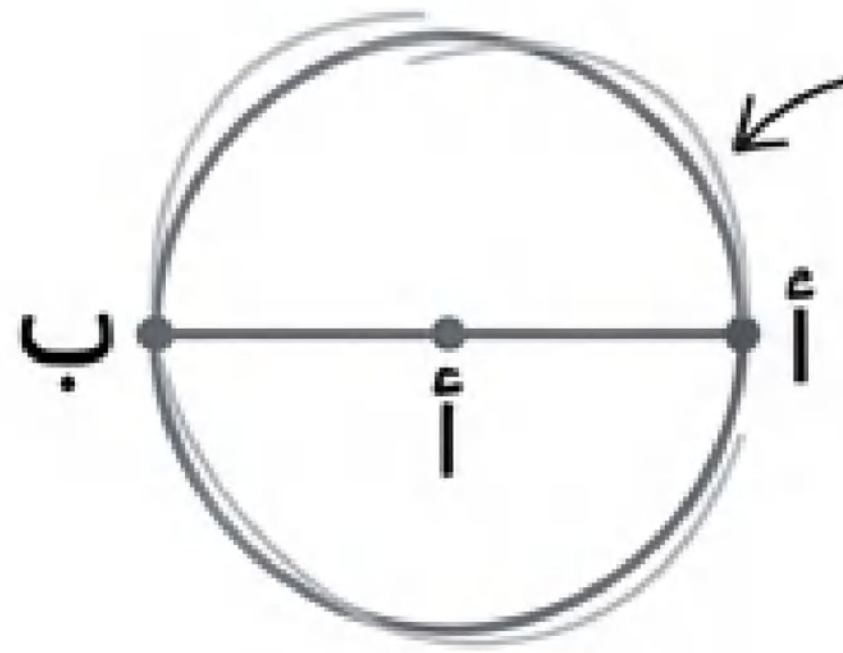
رسم دايرة تمر بنقطتين (أ، ب):



يمكن رسم **عدد لا نهائي** من الدوائر.

الشرط: مراكزها كلها لازم تقع على **محور تماثل القطعة المستقيمة أ ب.**

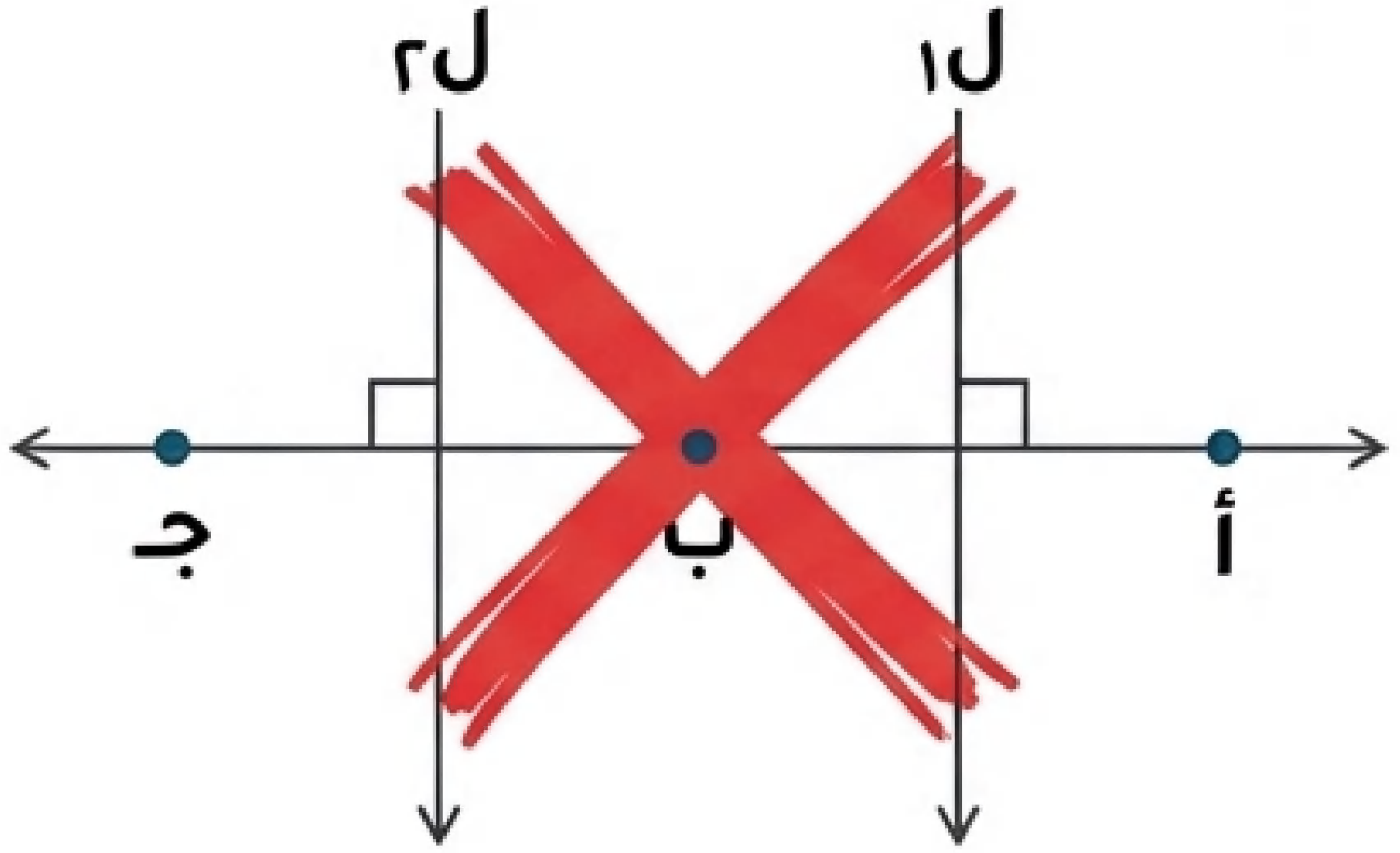
ملحوظة: أصغر دايرة ممكن تترسم بيكون قطرها هو طول القطعة أ ب نفسها.



تعيين الدائرة (تكملة)

الحالة الأهم: ٣ نقط

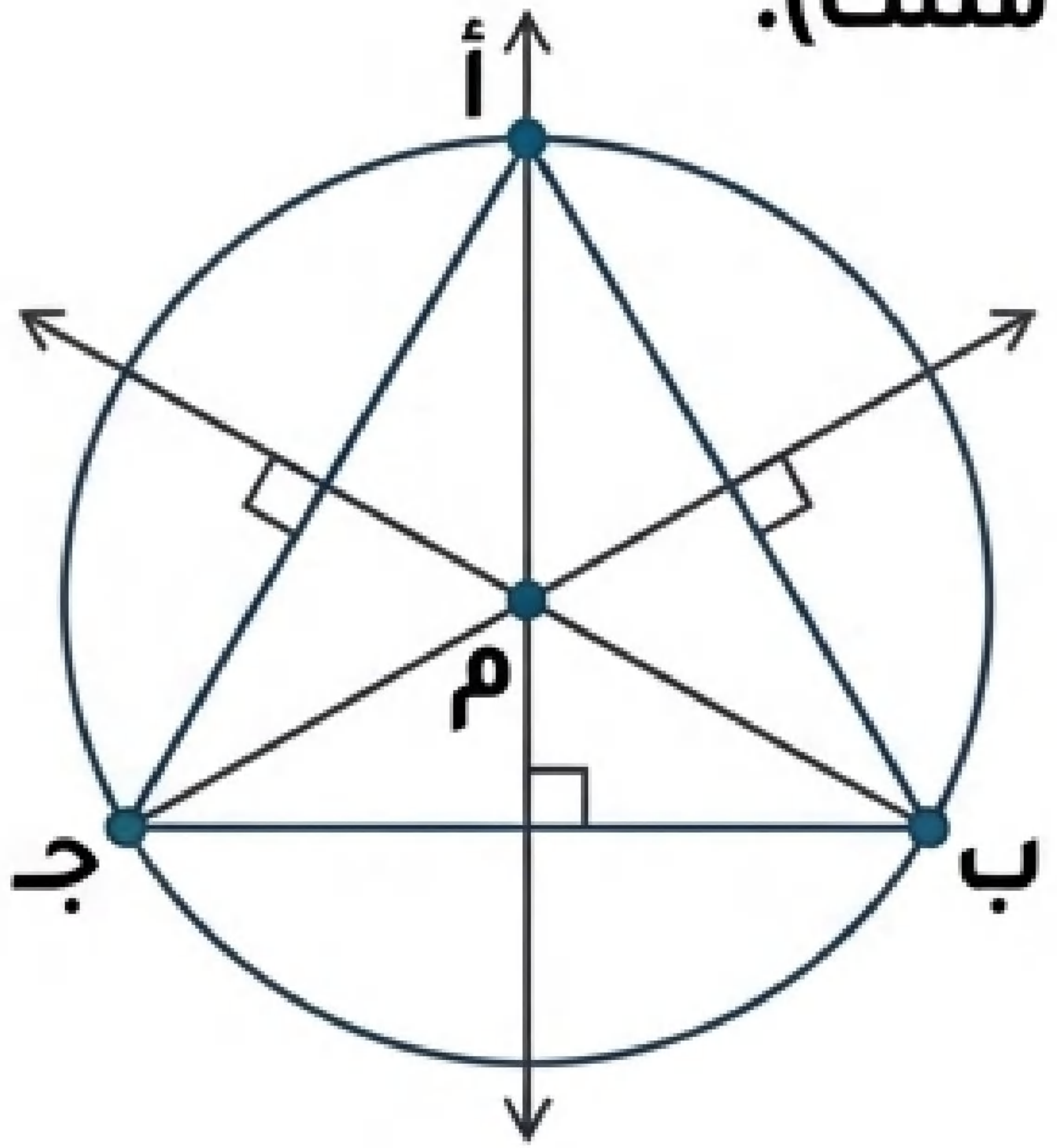
** الحالة ١: لو النقط على استقامة واحدة.



✗ **لا يمكن** رسم دائرة تمر بهم. مستحيل!

السبب: محاور التماثل بتكون متوازية وعمرها ما تتقاطع في نقطة واحدة تكون هي المركز.

** الحالة ٢: لو النقط ليست على استقامة واحدة (يعني بتعمل مثلث).



✓ **يمكن رسم دائرة واحدة فقط.**

- **مركزها فين؟** هو نقطة تقاطع محاور تماثل أضلاع المثلث.

والدايرة دي بنسميها **"الدائرة الخارجة للمثلث"**.

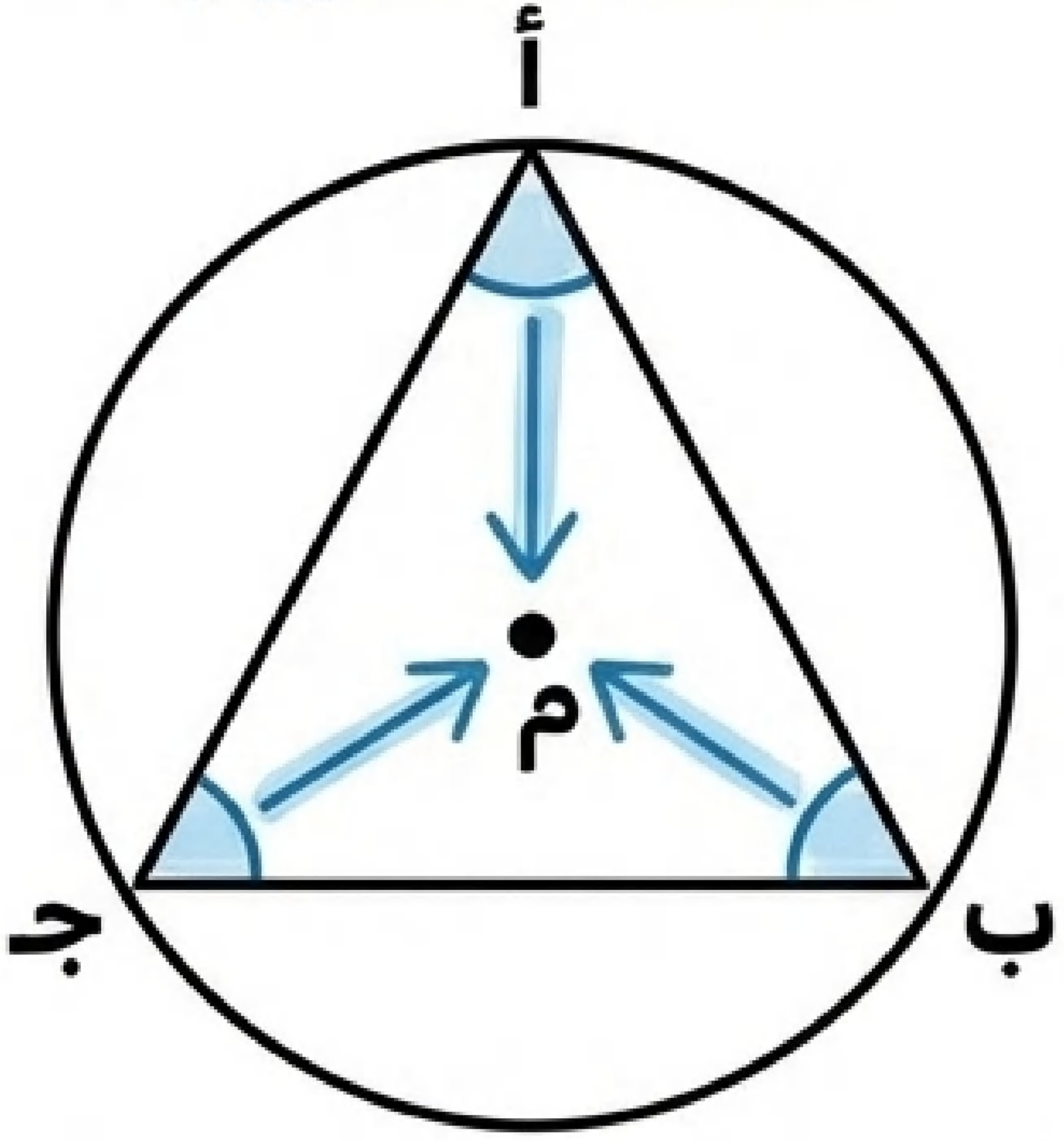
▲ الدائرة الخارجة للمثلث

الدائرة اللي بتحب المثلثات!

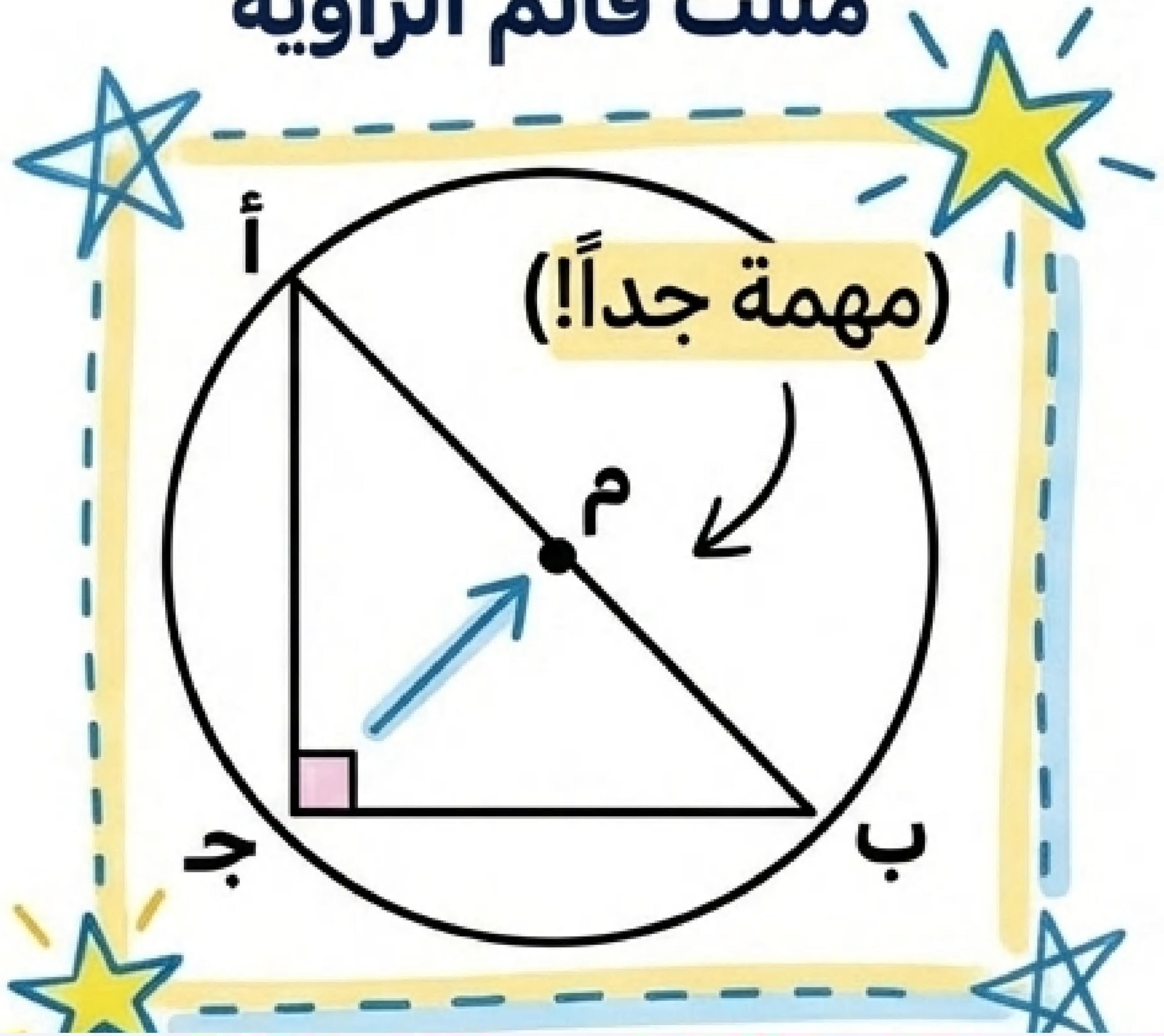
النص: الدائرة التي تمر برؤوس المثلث تسمى "الدائرة الخارجة للمثلث".

مركزها: هو نقطة تقاطع الأعمدة المقامة على أضلاع المثلث من منتصفاتها.

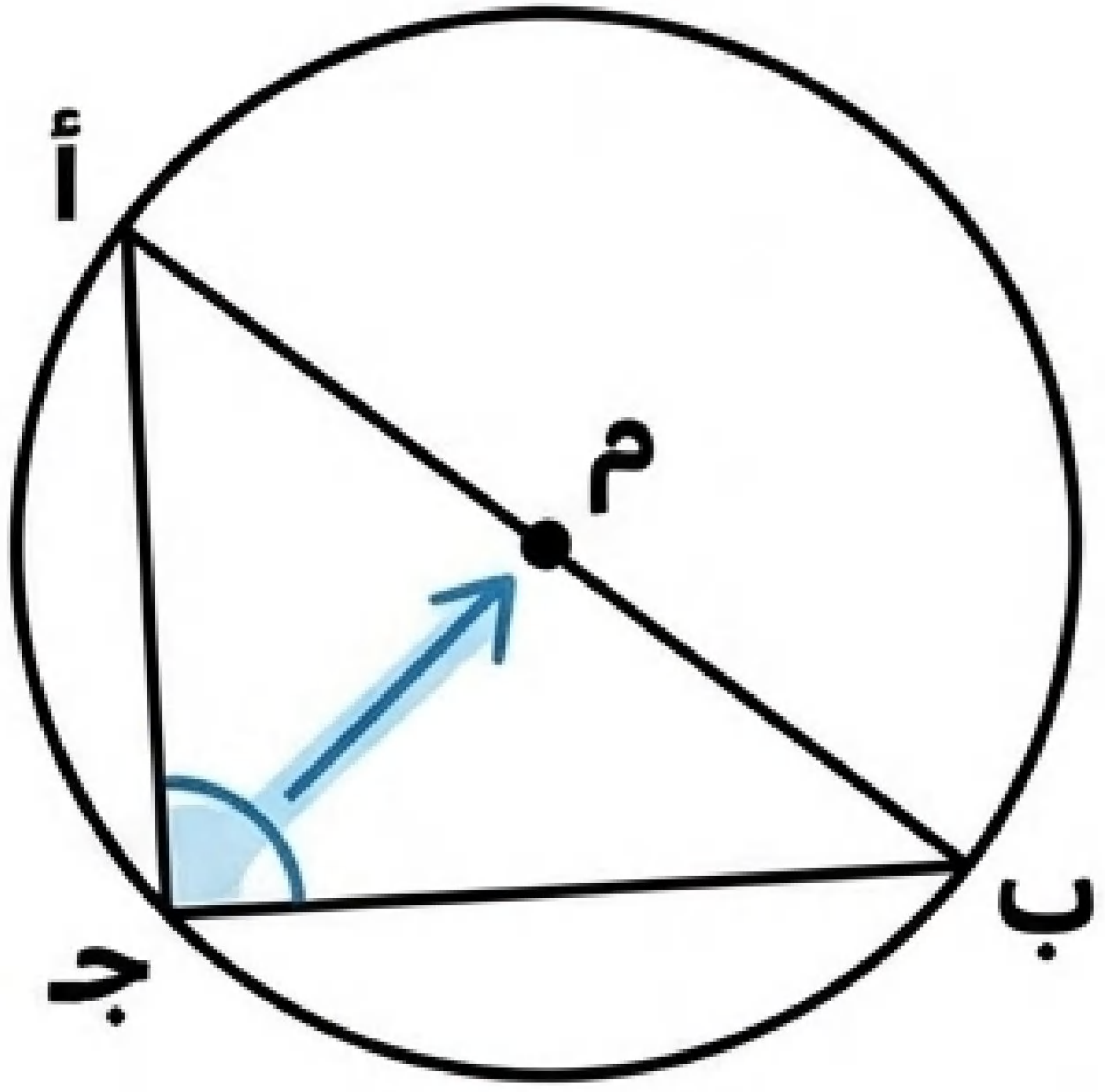
مثلث حاد الزوايا



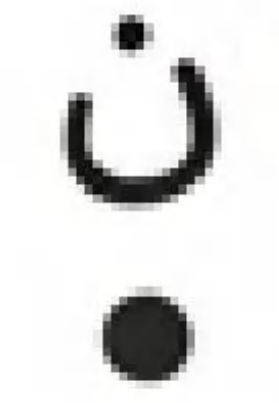
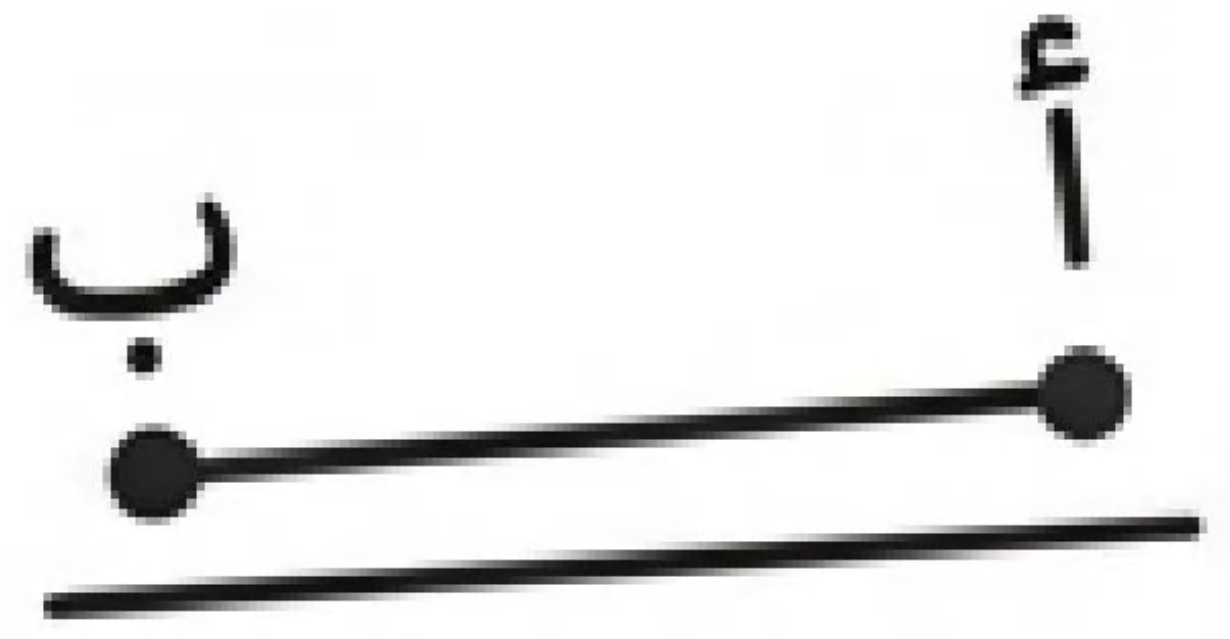
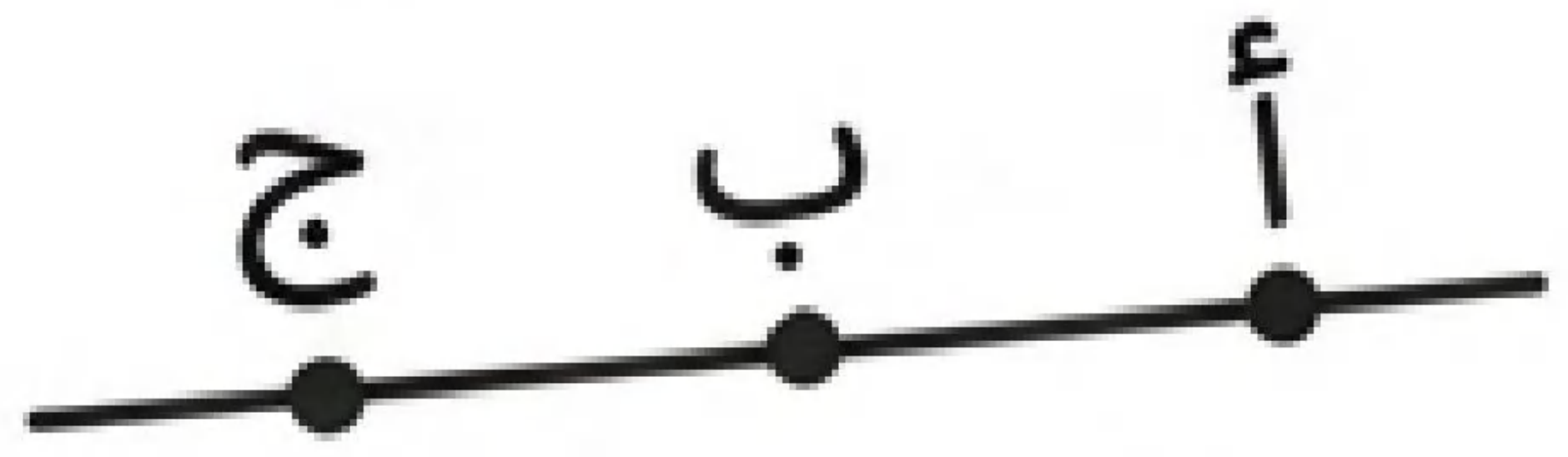
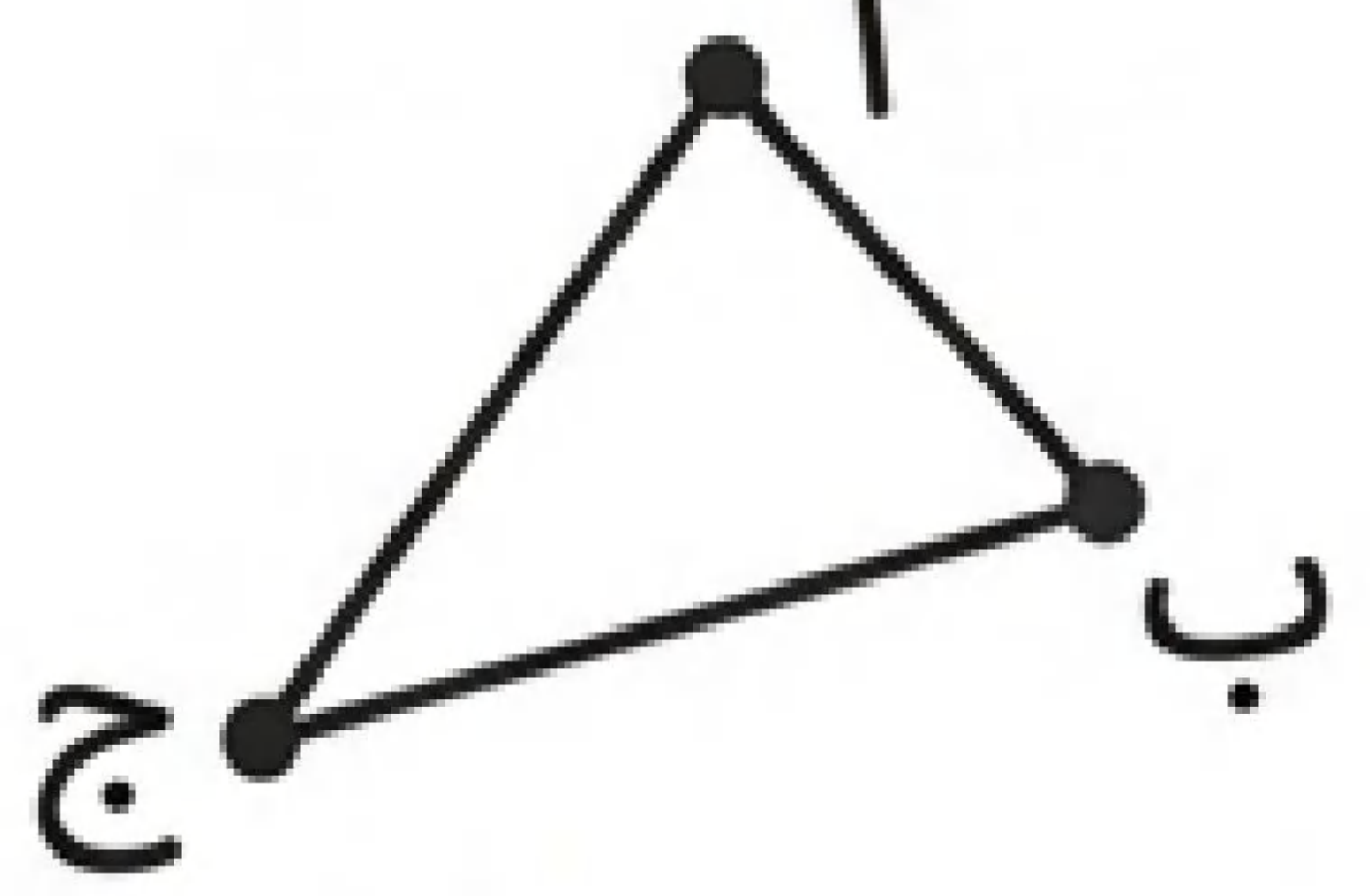
مثلث قائم الزاوية


(مهمة جداً!)

مثلث منفرج الزاوية

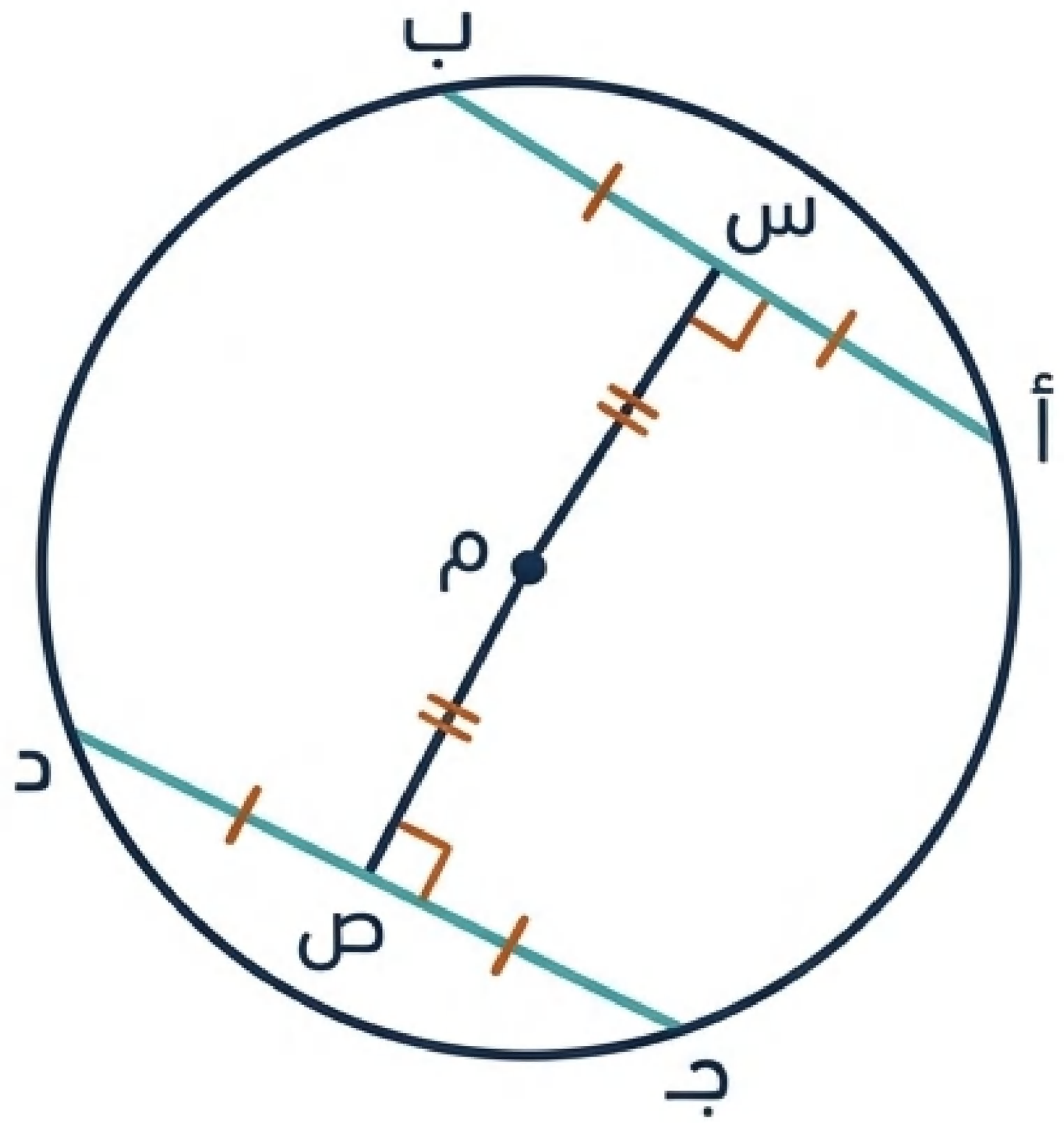


📝 ملخص الدرس الثالث

(شكل توضيحي)	الحالة	عدد الدوائر الممكن رسمها
	نقطة واحدة	∞ (عدد لا نهائي)
	نقطتين	∞ (عدد لا نهائي)
	٣ نقط على استقامة واحدة	٠ (صفر)
	٣ نقط ليست على استقامة واحدة	١ (دائرة وحيدة)

الدرس الرابع: علاقة أوتار الدائرة بمركزها

نظرية الأوتار المتساوية



في الدائرة الواحدة (أو الدوائر المتطابقة)، الأوتار **المتساوية في الطول** تكون على **أبعاد متساوية من المركز**.

بالمختصر: لو الوتر **أ ب** = الوتر **جـ د**

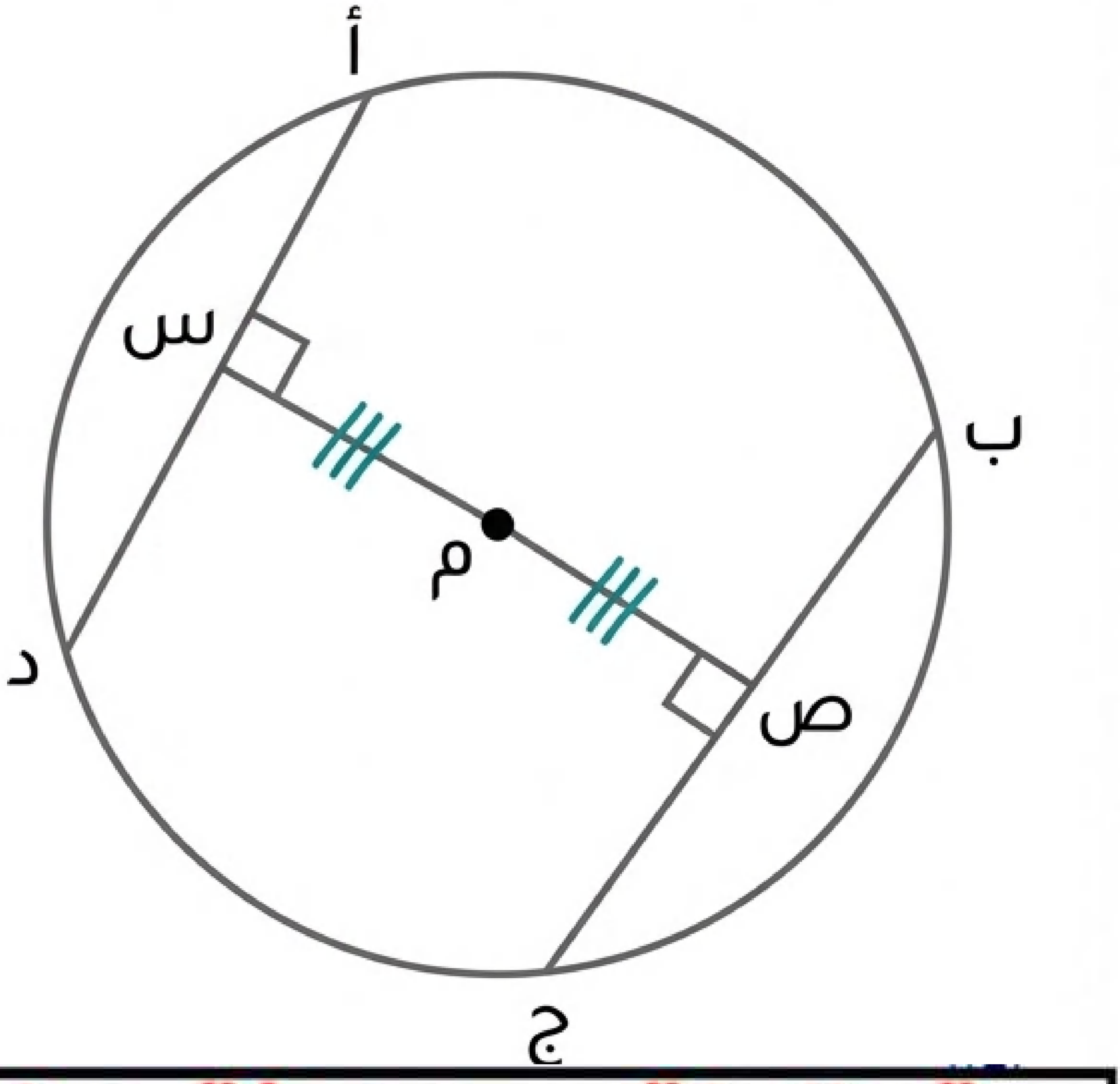
فإن البعد **م س** = البعد **م ص**.

(شرط أساسي: البعد لازم يكون عمودي، يعني م س ⊥ أ ب و م ص ⊥ جـ د).

⚖️ علاقة أوتار الدائرة بمركزها (العكس صحيح) ↩

عكس النظرية

النص: في الدائرة الواحدة (أو الدوائر المتطابقة) ، إذا كانت الأوتار على **أبعاد متساوية من المركز،** فإنها تكون **متساوية في الطول.**



بالمختصر: لو البعد **م س** = البعد **م ص**

⬅ فإن الوتر **أ ب** = الوتر **جـ د**.

ملخص الدرس الرابع

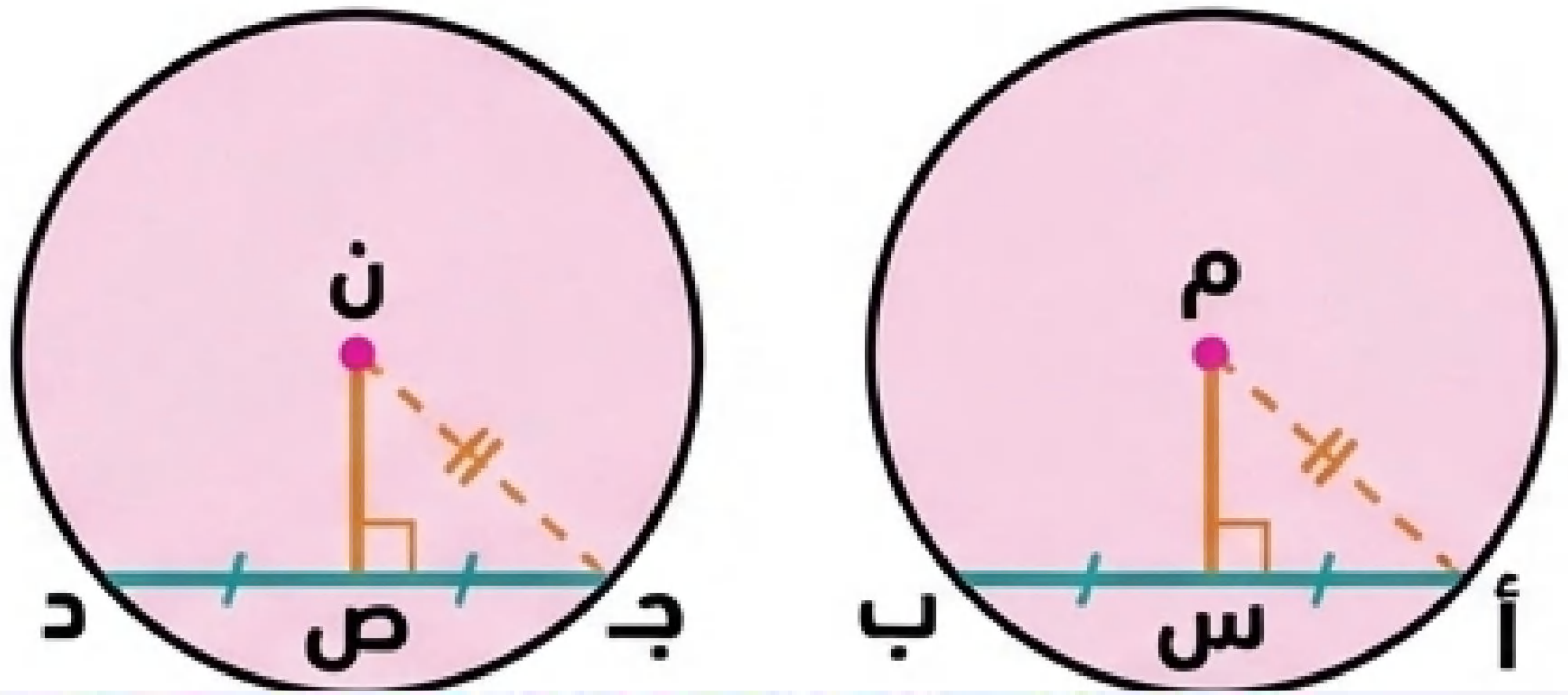
الزتونة كلها في كلمتين:

وتر يساوي وتر ← بُعد يساوي بُعد

بُعد يساوي بُعد ← وتر يساوي وتر

ملحوظة خطيرة ⚠ : كلمة "بُعد" في الهندسة هنا معناها **المسافة العمودية** من المركز للوتر.

النظرية وعكسها شغالين كمان في الدوائر المتطابقة (اللي ليها نفس نص القطر).



الزتونة: ملخص الوحدة الكاملة

الدائرة

العموديات (القواعد الذهبية)

مركز + منتصف ↔ عمودي.

الأوتار والأبعاد

وتر = وتر ↔ بُعد = بُعد.

الأوضاع النسبية

مفتاح الحل هو مقارنة المسافة من المركز بـ "نق".

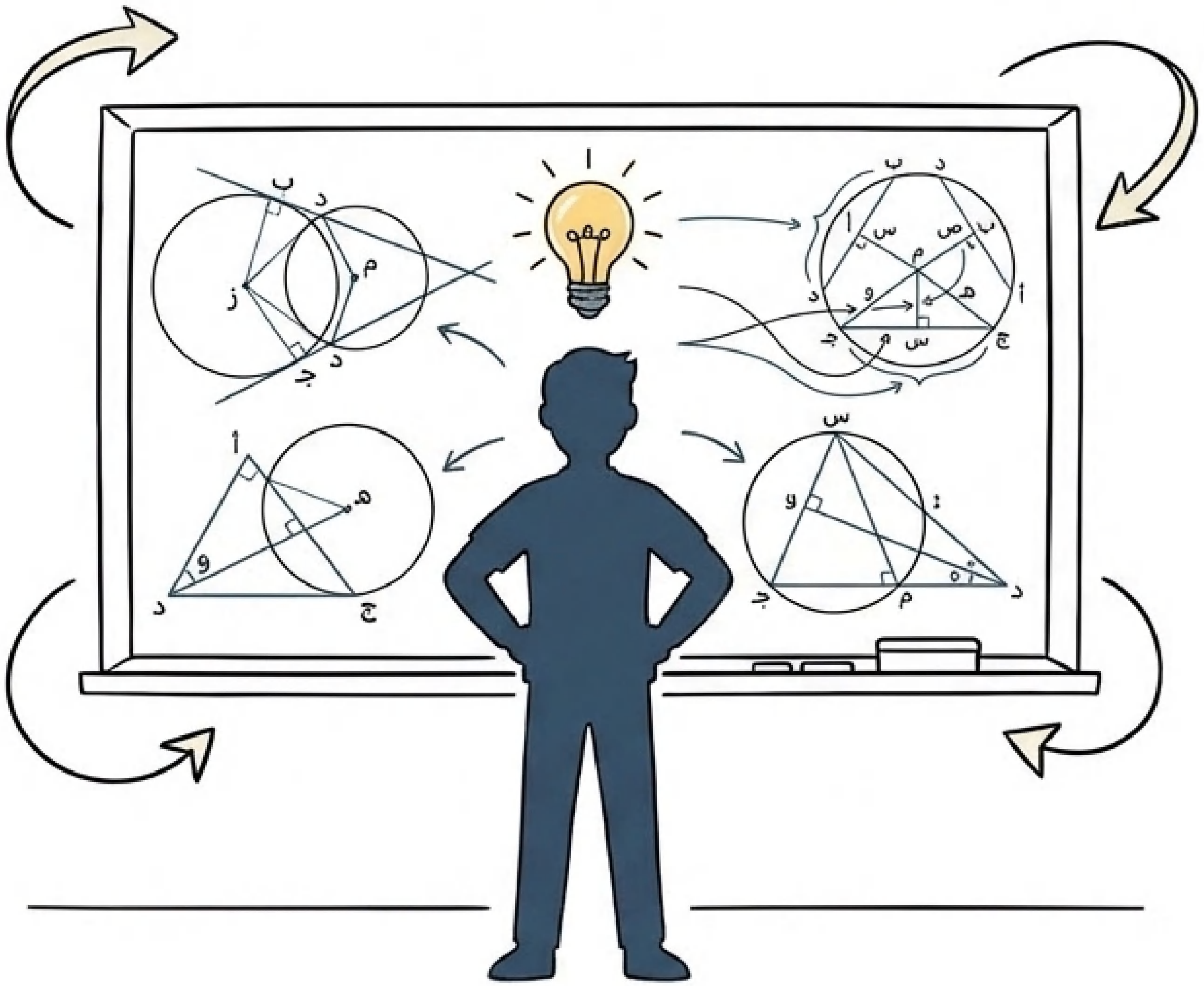
المماس

أهم معلومة إنه عمودي على نص القطر.

تعيين الدايرة ①

٣ نقط مش على استقامة واحدة = دايرة وحيدة فريدة.

💪 بالتوفيق يا أبطال!



كده رحلتنا في عالم الدائرة خلصت.

إنت دلوقتي معاك كل المفاتيح والأسرار عشان تحل أي مسألة.

الهندسة ممتعة، محتاجة بس تركيز وفهم للقواعد.

مستعدين للوحدة الجاية!

ملخص الوحدة الثانية هندسة تالتة إعدادي (ترم ٢) - الجزء الأول

رحلة لكشف أسرار الدائرة

طول ٦٠٢٣
٪
أ-٤
متوازي
١٦
٠٫٣
?
!

D.M.RAZK
موقع الدكتور محمد رزق معلم الكيمياء التعليمي

🗺️ خريطة الكنز: محطات رحلتنا

المحطة الأولى: الأساسيات (الزاوية المركزية وقياس القوس)

- ✓ إيه هي الزاوية المركزية؟
- ✓ إزاي نقيس القوس؟
- ✓ إزاي نحسب طول القوس؟
- ✓ نتائج هامة جداً.

المحطة الثانية: اكتشاف جديد (الزاوية المحيطية)

- ✓ التعرف على الزاوية المحيطية.
- ✓ العلاقة السحرية بين المحيطية والمركزية.
- ✓ نتائج بتسهل الحل.

المحطة الثالثة: فك الشفرات (نظريات مهمة)

- ✓ الزوايا المحيطية اللي ليها نفس القوس.
- ✓ عكس النظرية: إزاي نثبت إن النقط على دايرة واحدة.

المحطة الرابعة: الألغاز الكبرى (تمارين مشهورة)

- ✓ لما الوترين يتقاطعوا جوه الدايرة.
- ✓ لما يتقاطعوا بره الدايرة.

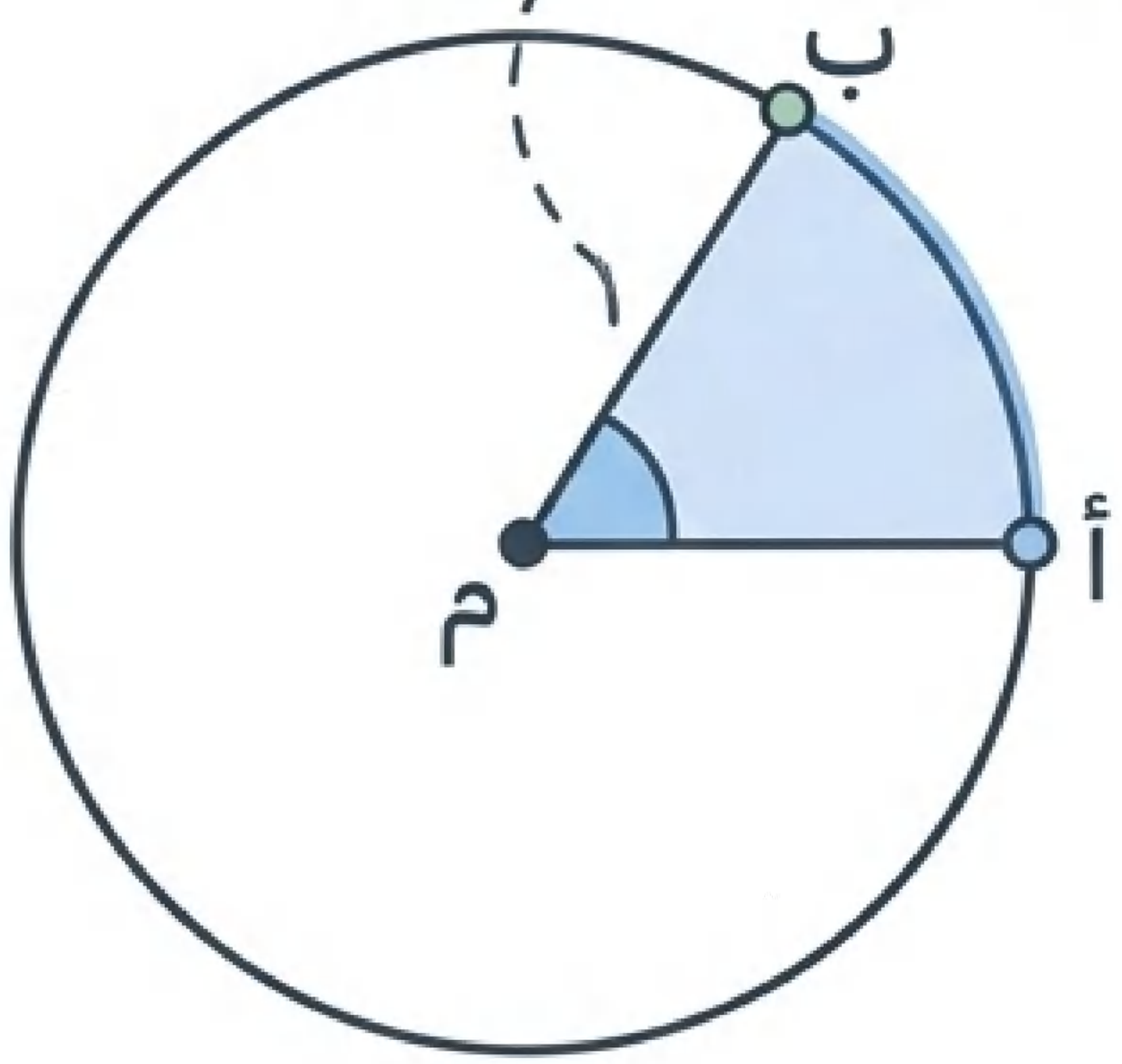
صندوق الكنز: ملخص كل القوانين والنظريات في مكان واحد!

المحطة الأولى: أساسيات الدائرة

الزاوية المركزية والقوس: زي قطعة البيتزا بالظبط!

الزاوية المركزية

- هي زاوية راسها "مركز الدايرة" (م).
- ضلعينها عبارة عن "نصف قطر" في الدايرة.
- بتحصر بينها قوس.

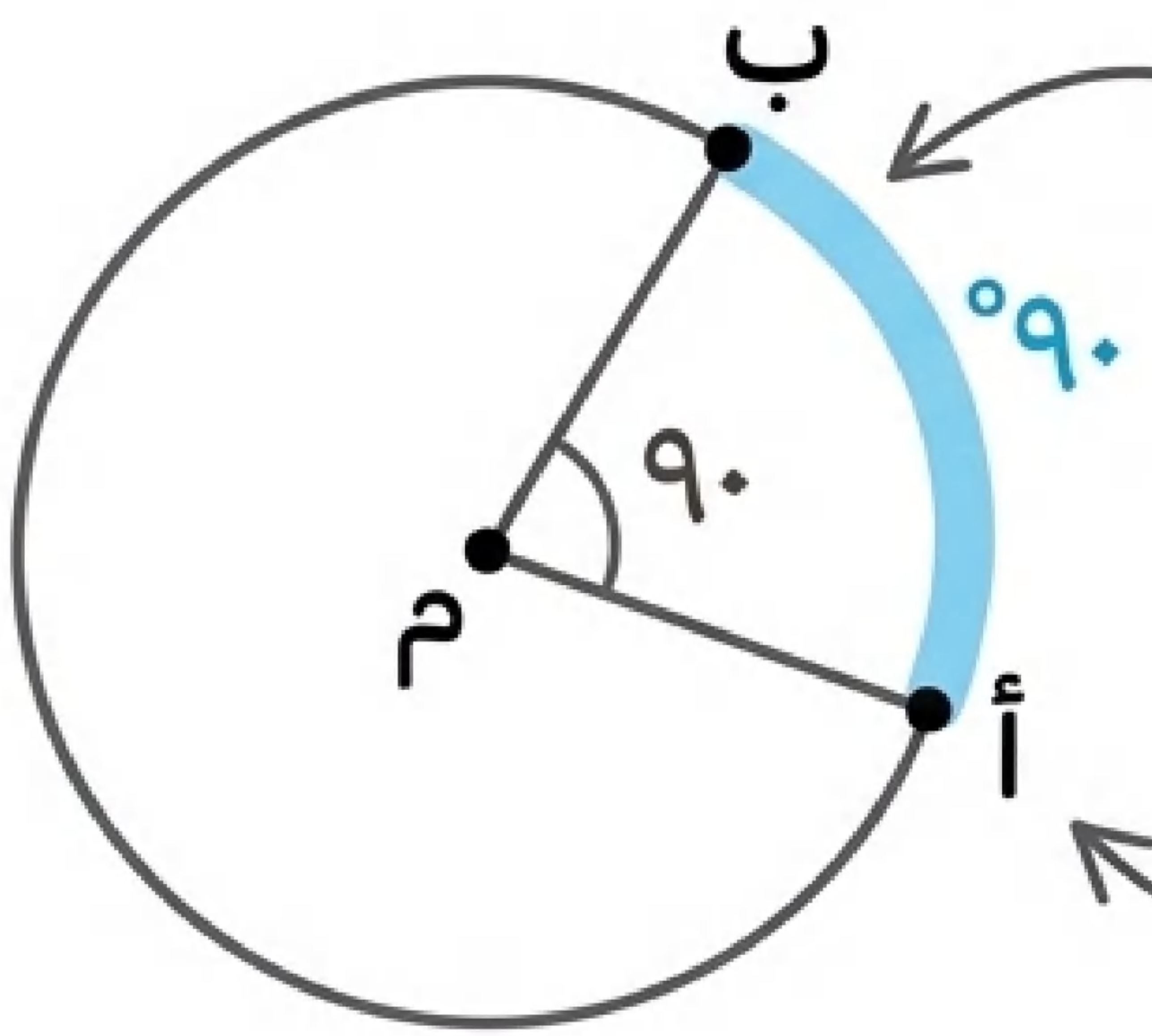


القوس

- هو جزء من الدايرة.
- الزاوية المركزية بتقسم الدايرة لقوسين:
- **القوس الأصغر (أ ب):** ده القوس الصغير.
- **القوس الأكبر (أ جـ ب):** ده القوس الكبير اللي بيكمل الدايرة. (نقطة جـ للتوضيح).

خلي بالك! لو قلنا القوس (أ ب) وسكتنا، يبقى قصدنا القوس الأصغر.

قياس القوس: السر في الزاوية المركزية

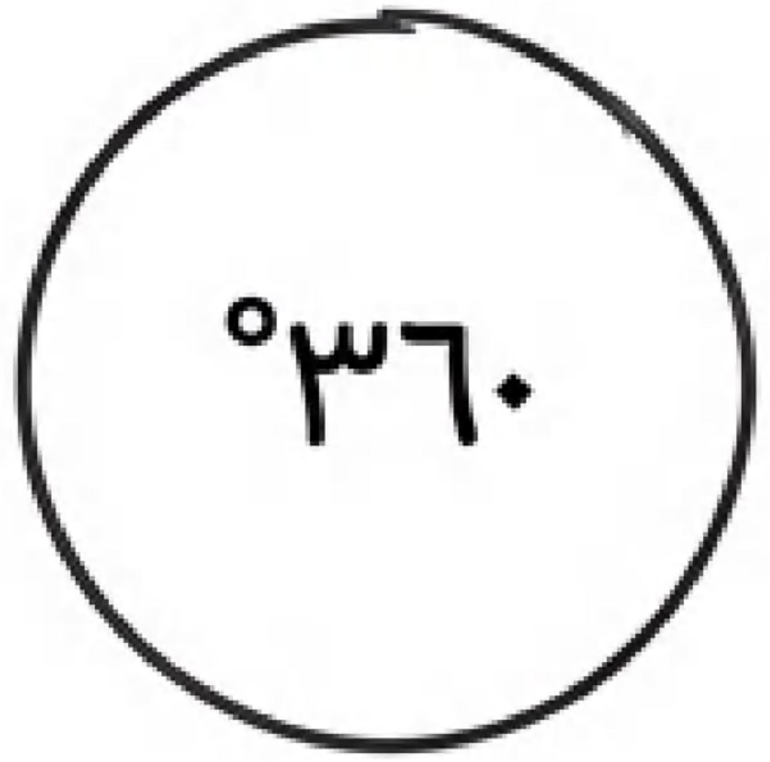


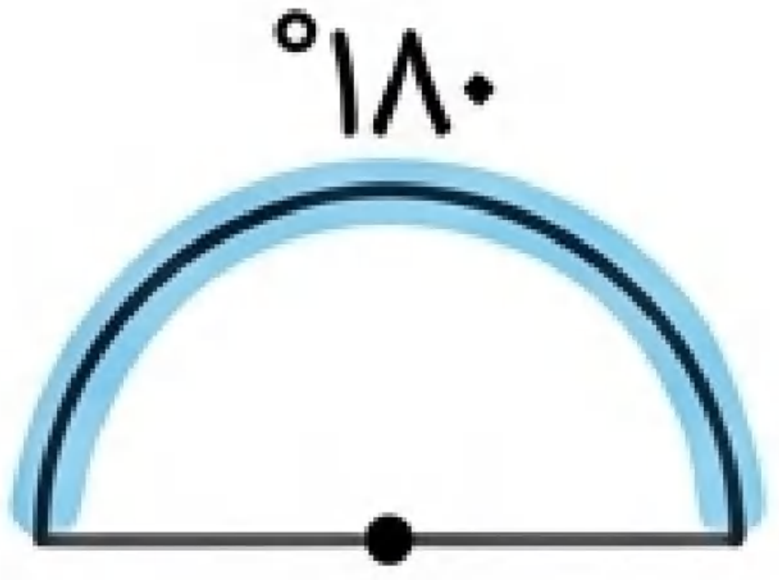
قياس القوس = قياس الزاوية المركزية المقابلة له.

يعني: ق($\overset{\frown}{\text{أ ب}}$) = ق(∠أ م ب)

ملاحظات هامة

قياس الدايرة كلها:
بيساوي ٣٦٠°.

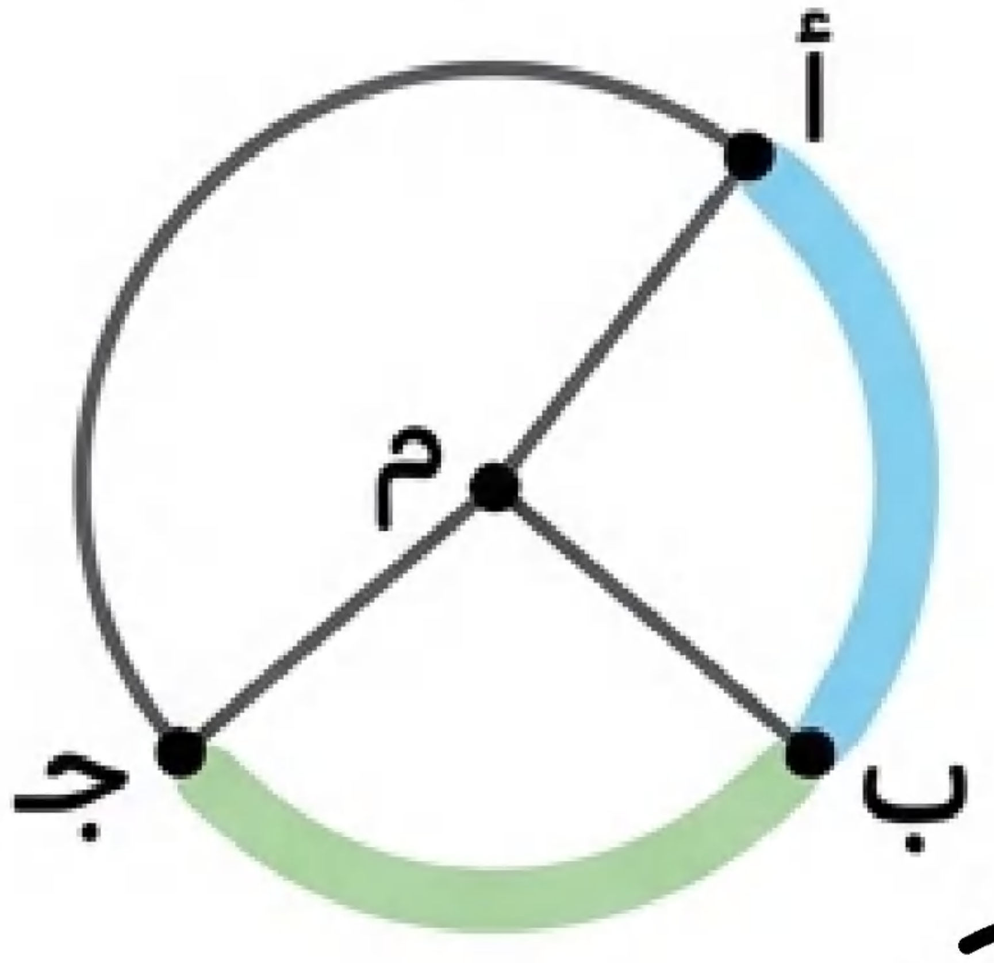




قياس نصف الدايرة:
بيساوي ١٨٠° (لأن زاويته المركزية مستقيمة).

الأقواس المتجاورة:
لو عندنا قوسين جنب بعض، قياسهم مع بعض بيساوي مجموع قياساتهم.

ق($\overset{\frown}{\text{أ جـ}}$) = ق($\overset{\frown}{\text{أ ب}}$) + ق($\overset{\frown}{\text{ب جـ}}$)



طول القوس: مش القياس، الطول الفعلي!

طول القوس = (قياس القوس / ٣٦٠°)× محيط الدايرة

طول القوس = (قياس القوس / ٣٦٠°) × ٢ ط نق

مثال تطبيقي

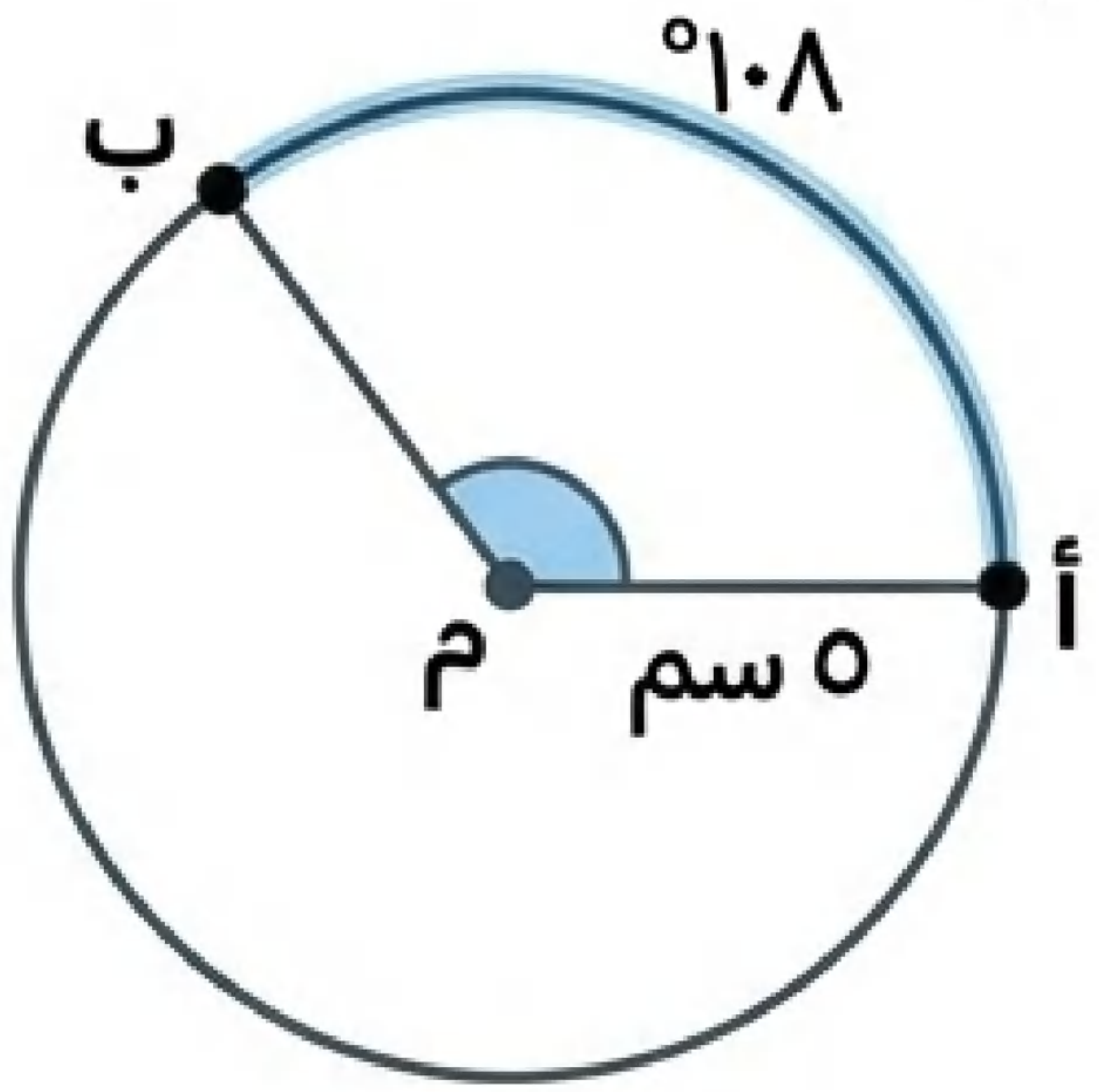
المعطيات:

دايرة م، نصف قطرها ٥ سم،

و ق (أ ب) = ١٠٨°.

أوجد طول القوس (أ ب).

(اعتبر ط ≈ ٣,١٤)



الحل:

الخطوة ١ (كتابة القانون):

طول القوس = $\frac{\text{قياس القوس}}{\text{٣٦٠°}}$ × ٢ ط نق

الخطوة ٢ (التعويض):

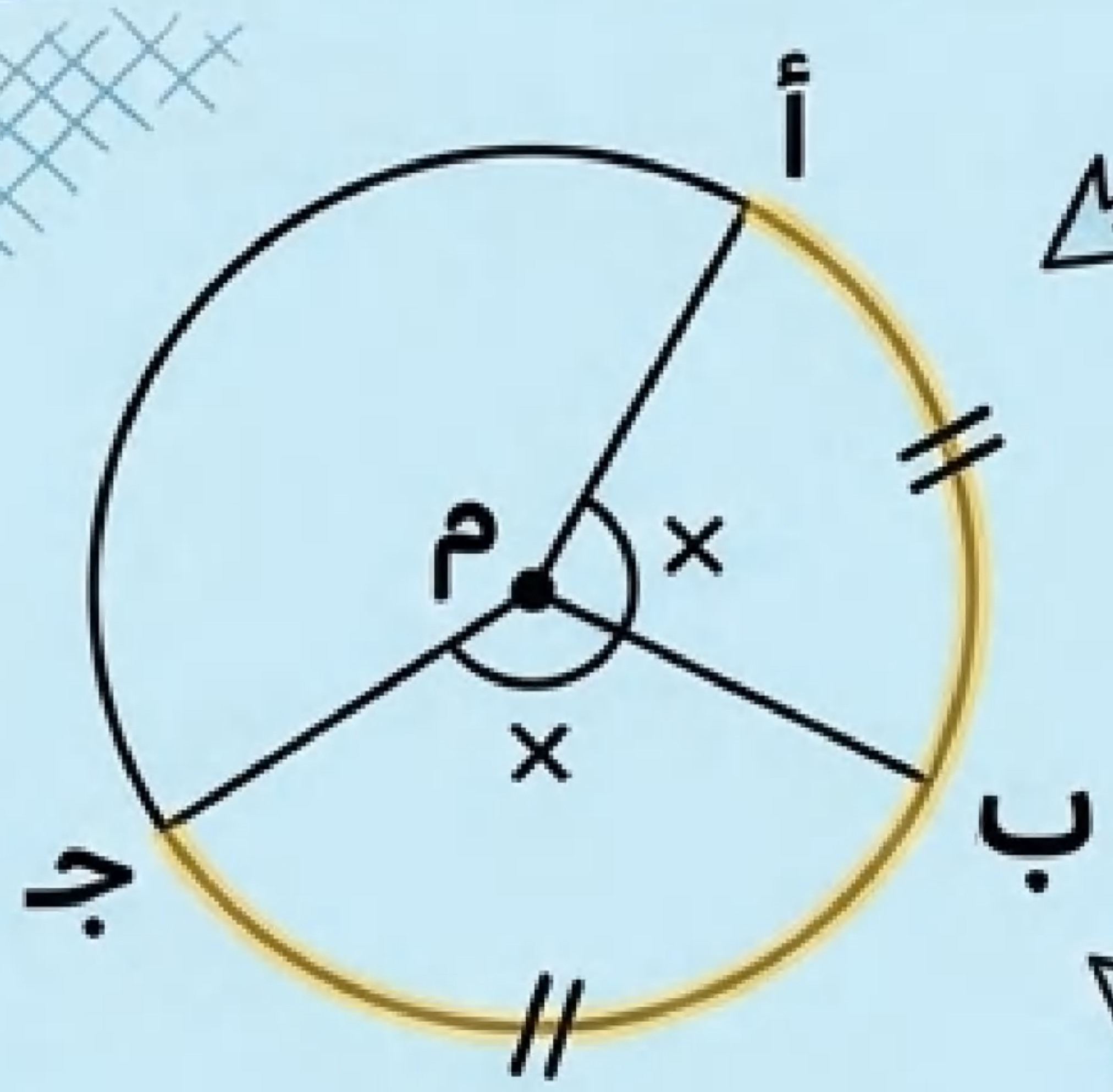
طول (أ ب) = $\frac{\text{١٠٨°}}{\text{٣٦٠°}}$ × ٢ × ٣,١٤ × ٥

الخطوة ٣ (الحل):

طول (أ ب) = ٩,٤٢ سم.

نتائج هامة (١): الأقواس والأوتار

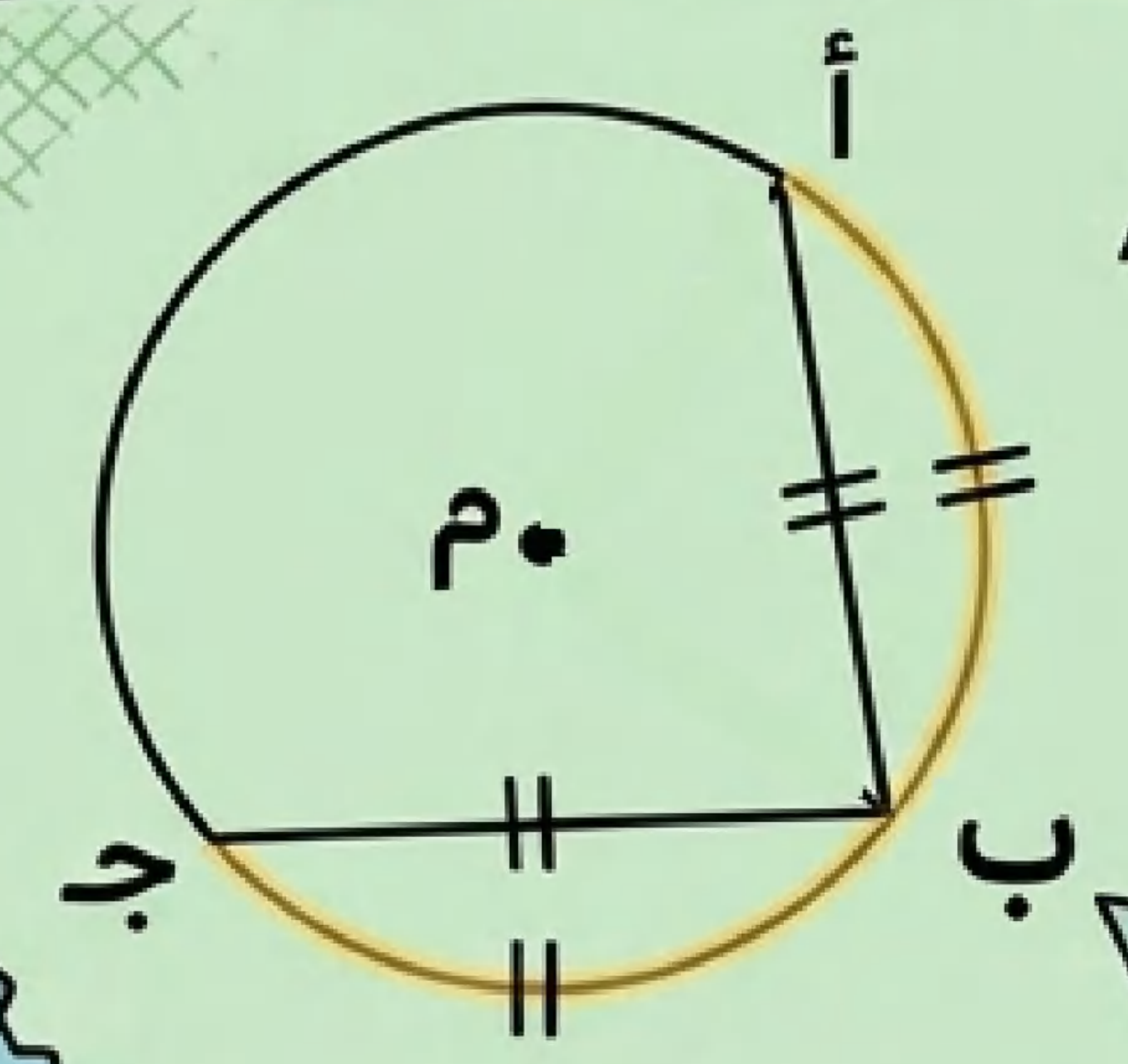
نتيجة ١



في الدايرة الواحدة (أو الدواير المتطابقة)، الأقواس المتساوية في القياس تكون متساوية في الطول والعكس صحيح.

**يعني: لو ق($\overset{\frown}{\text{أ ب}}$) = ق($\overset{\frown}{\text{جـ د}}$) ⟸ طول ($\overset{\frown}{\text{أ ب}}$) = طول ($\overset{\frown}{\text{جـ د}}$)

نتيجة ٢

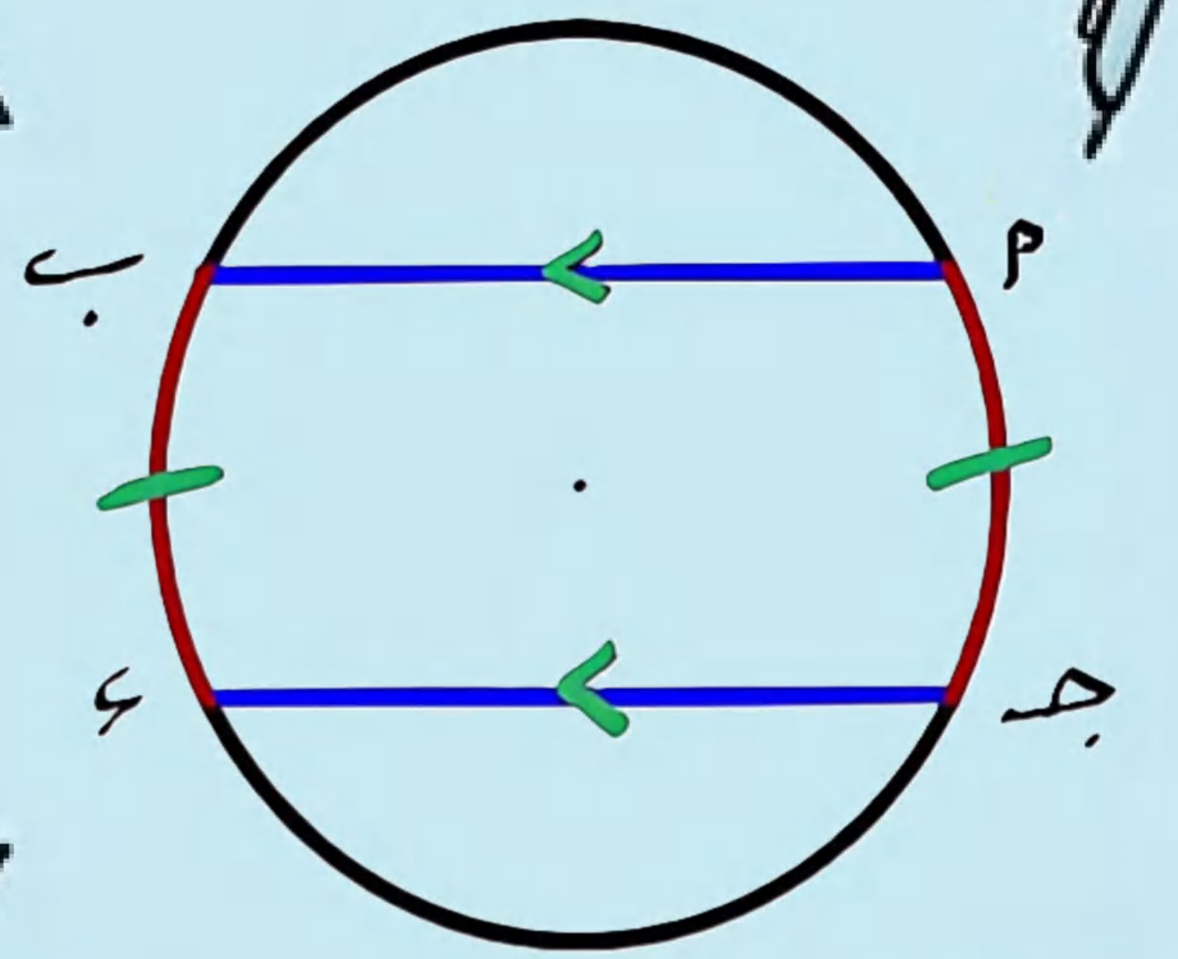


في الدايرة الواحدة (أو الدواير المتطابقة)، الأقواس المتساوية في القياس، أوتارها متساوية في الطول والعكس صحيح.

**يعني: لو ق($\overset{\frown}{\text{أ ب}}$) = ق($\overset{\frown}{\text{جـ د}}$) ⟸ الوتر أ ب = الوتر جـ د

نتائج هامة (٢): حكايات التوازي

نتيجة ٣



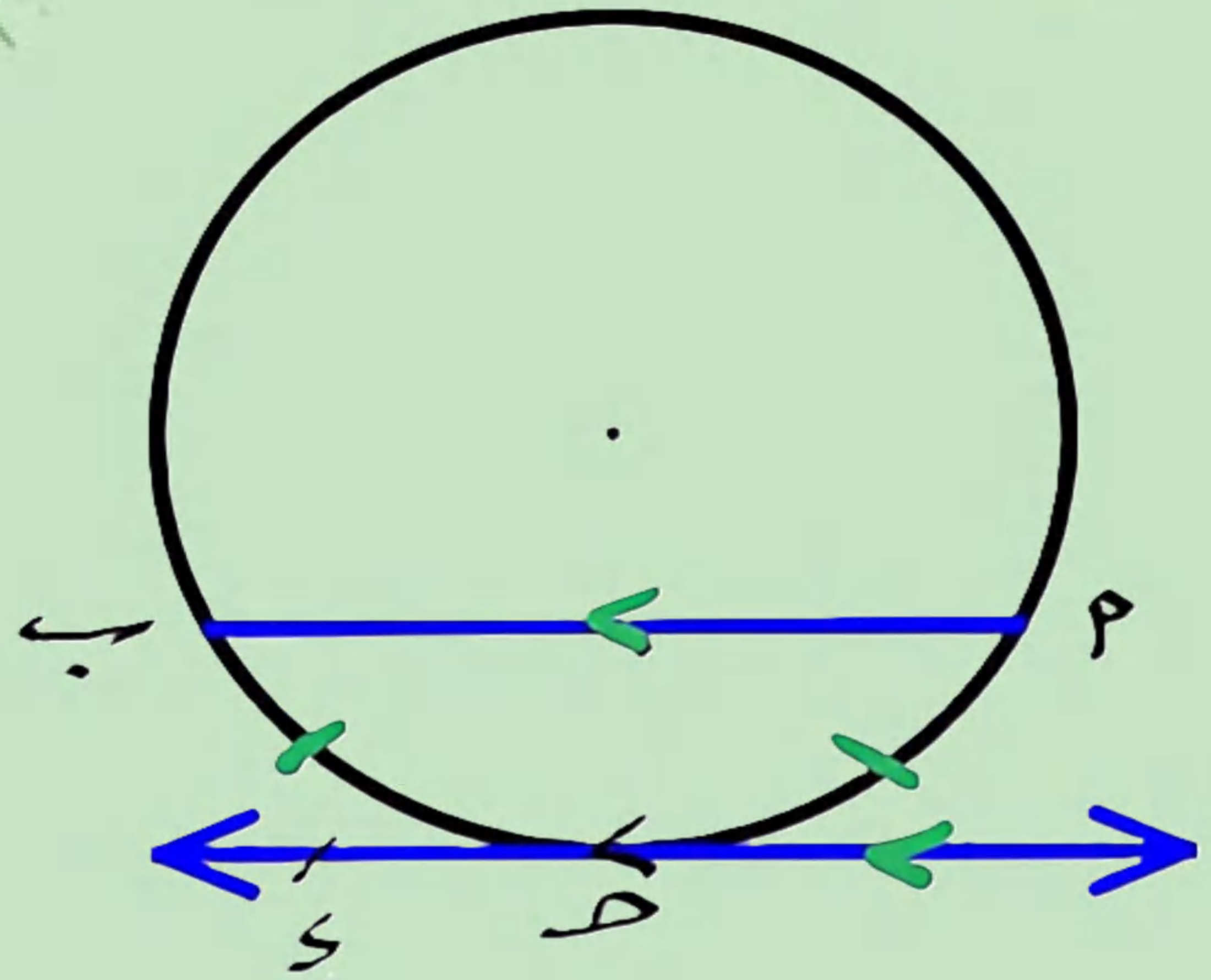
الوتران المتوازيان في الدايرة يحصران قوسين متساويين متساويين في القياس.

*****يعني: لو الوتر أ ب // الوتر جـ د ⟸ ق $(\overset{\frown}{\text{أ جـ}})$ = ق $(\overset{\frown}{\text{ب د}})$**

نتيجة ٤

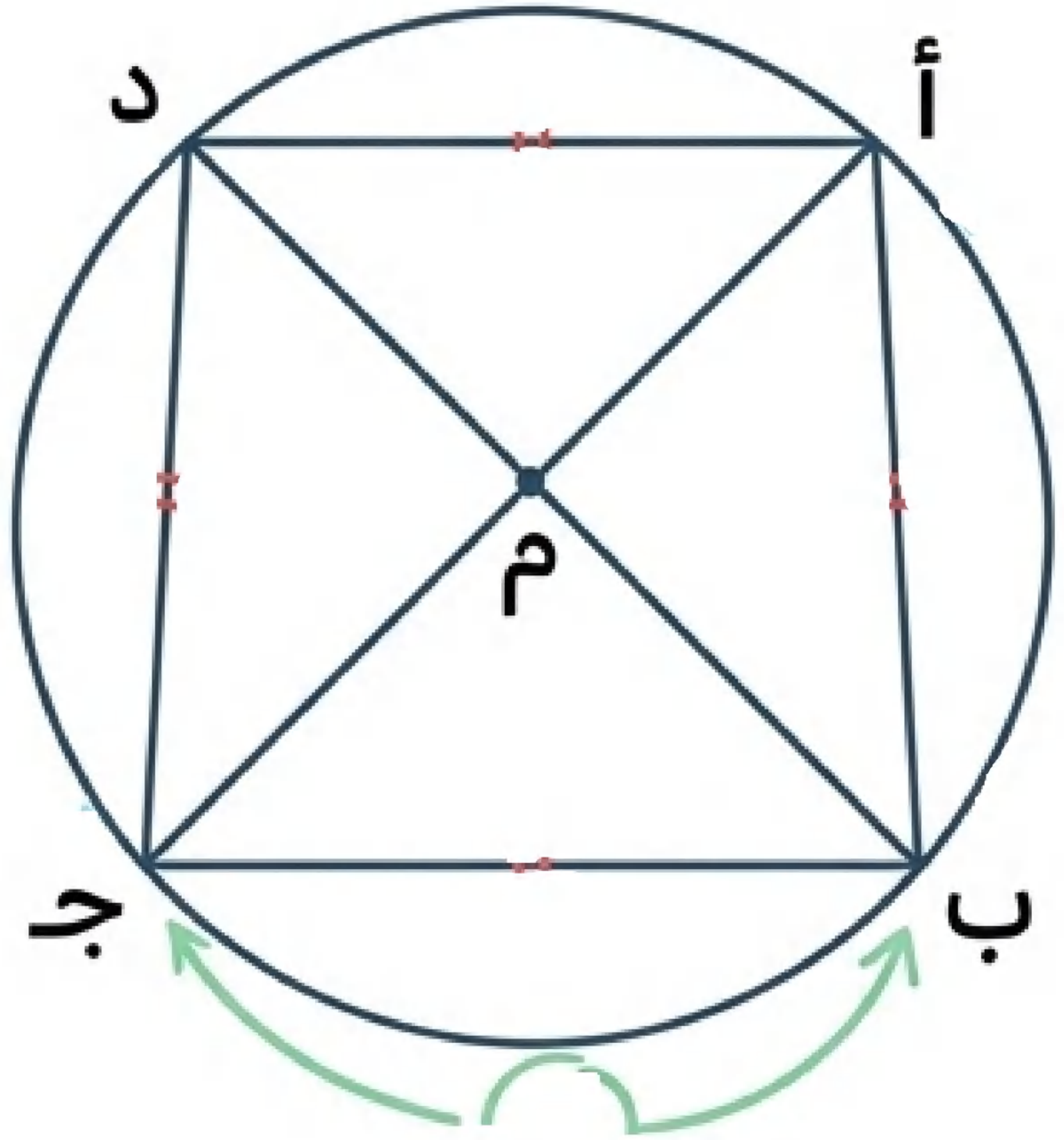
القوسان المحصوران بين وتر ومماس يوازيه في الدايرة متساويان في القياس.

****يعني: لو الوتر أ ب // المماس جـ د ⟸ ق$(\overset{\frown}{\text{أ جـ}})$ = ق$(\overset{\frown}{\text{ب جـ}})$**



يلا نحل: تطبيق على الدرس الأول

مثال: في الشكل المقابل، أ ب جـ د شكل مرسوم داخل دايرة وفيه أ جـ = ب د.
أثبت أن أ ب = جـ د.



البرهان (خطوة بخطوة)

① **بما أن** الوتر أ جـ = الوتر ب د (معطى).

② **إذن** قياس القوس اللي بيقابله متساوي.
يبقى ق(أ ب جـ) = ق(ب جـ د).

③ **بحذف** القوس المشترك (ب جـ) من الطرفين.

④ **ينتج أن** ق(أ ب) = ق(جـ د).

⑤ **وطالما الأقواس متساوية**، يبقى الأوتار لليها متساوية.

⑥ **إذن** الوتر أ ب = الوتر جـ د. (وهو المطلوب إثباته).

خلاصة الدرس الأول: صندوق كنوز الأساسيات

الزاوية المركزية: راسها مركز الدايرة.

قياس القوس: بيساوي قياس المركزية المقابلة له. ق(قوس) = ق(زاوية)

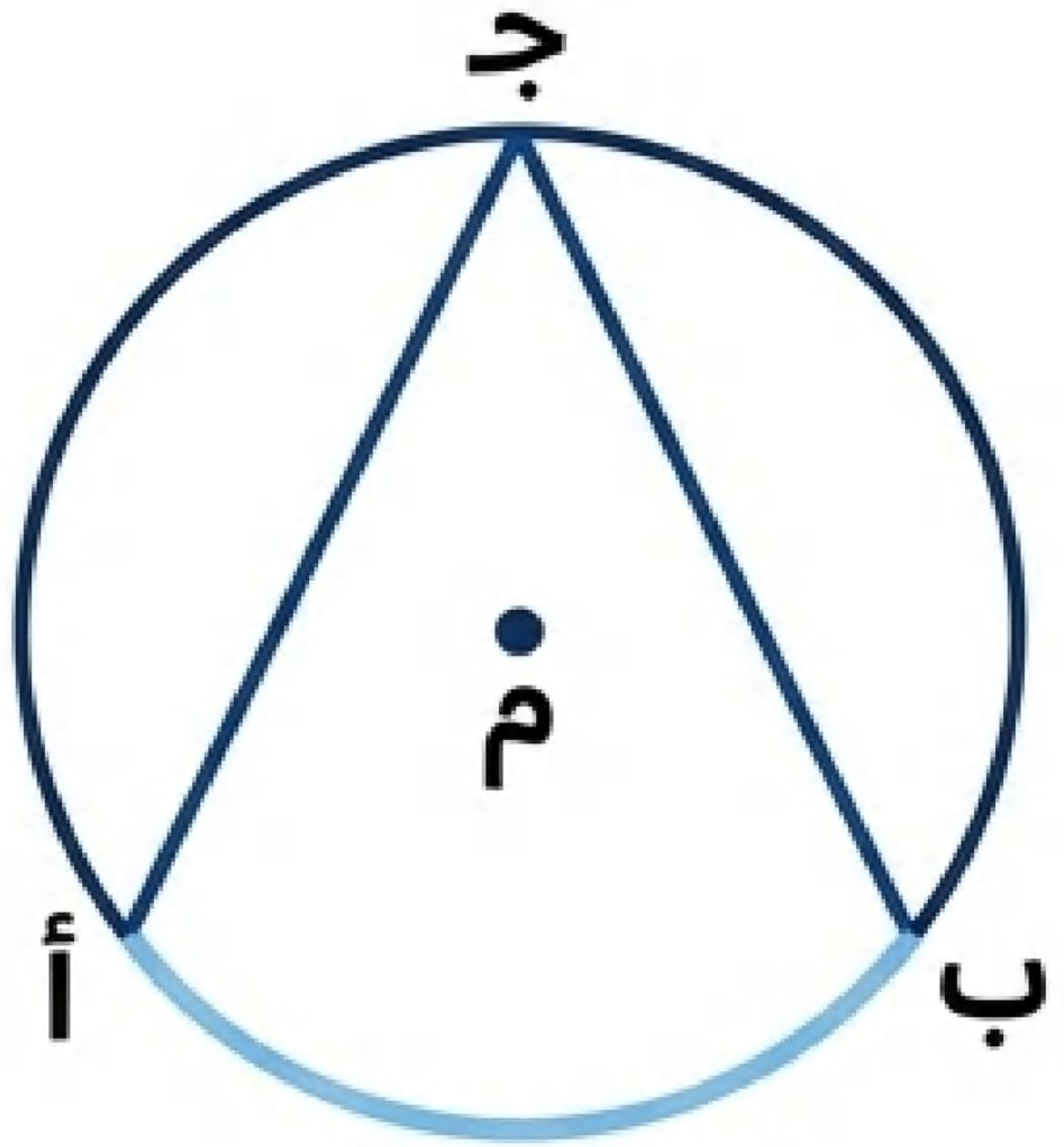
قياس الدايرة: ٣٦٠° ، ونصف الدايرة الدايرة: ١٨٠°.

طول القوس: = $\frac{\text{قياسه}}{\text{٣٦٠°}}$ × ٢ ط نق.

النتائج الذهبية

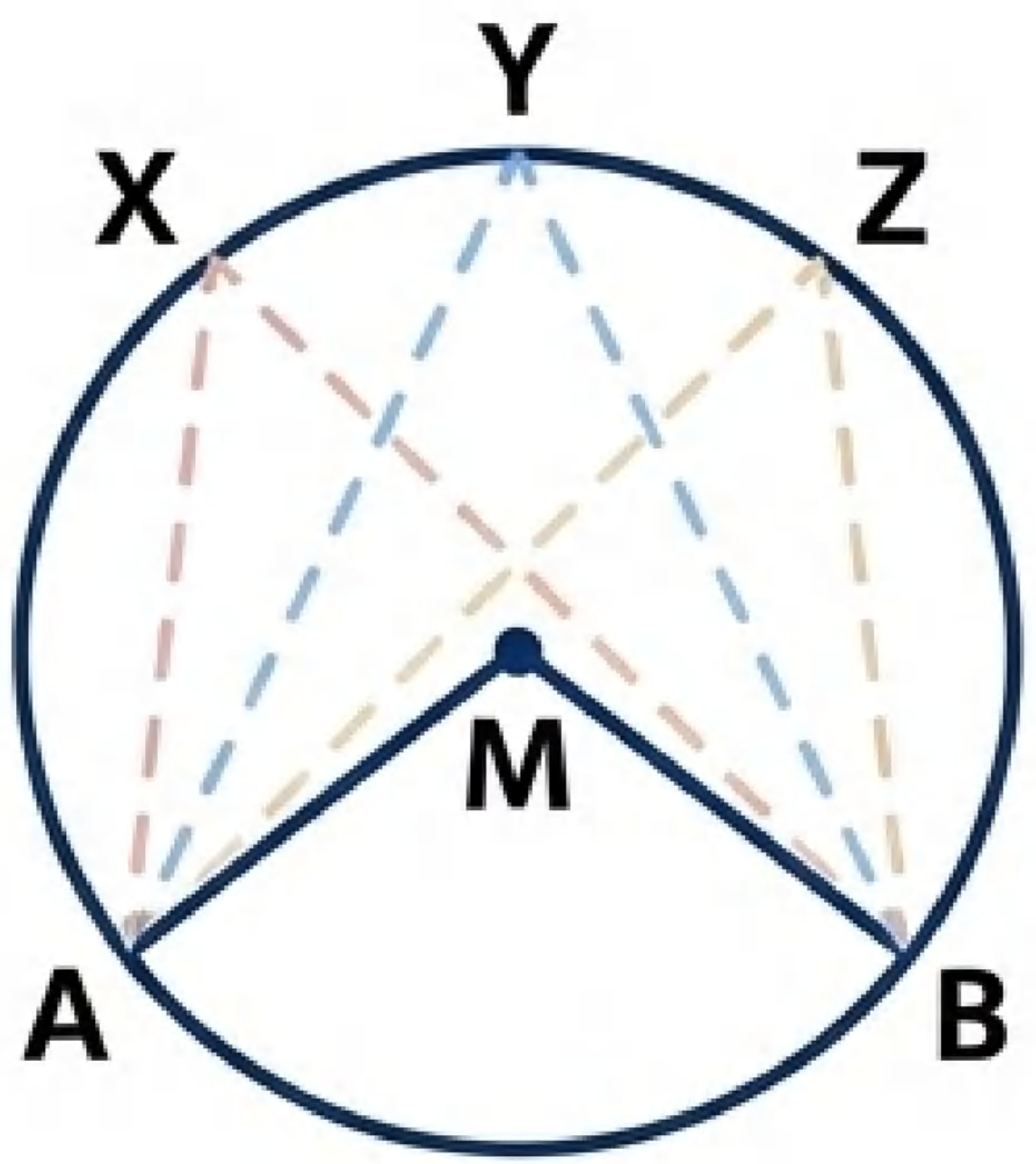
- أقواس متساوية ⟺ أوتار متساوية.
- **وتران متوازيان** ⟺ يحصران قوسين متساويين.
- **وتر ومماس متوازيان** ⟺ يحصران قوسين متساويين.

المحطة الثانية: اكتشاف جديد - الزاوية المحيطية



تعريف

- هي زاوية راسها "على الدايرة" نفسها.
- ضلعينها عبارة عن "وترين" في الدايرة.
- بتحصر بينها قوس، زي المركزية بالظبط.



Key Points

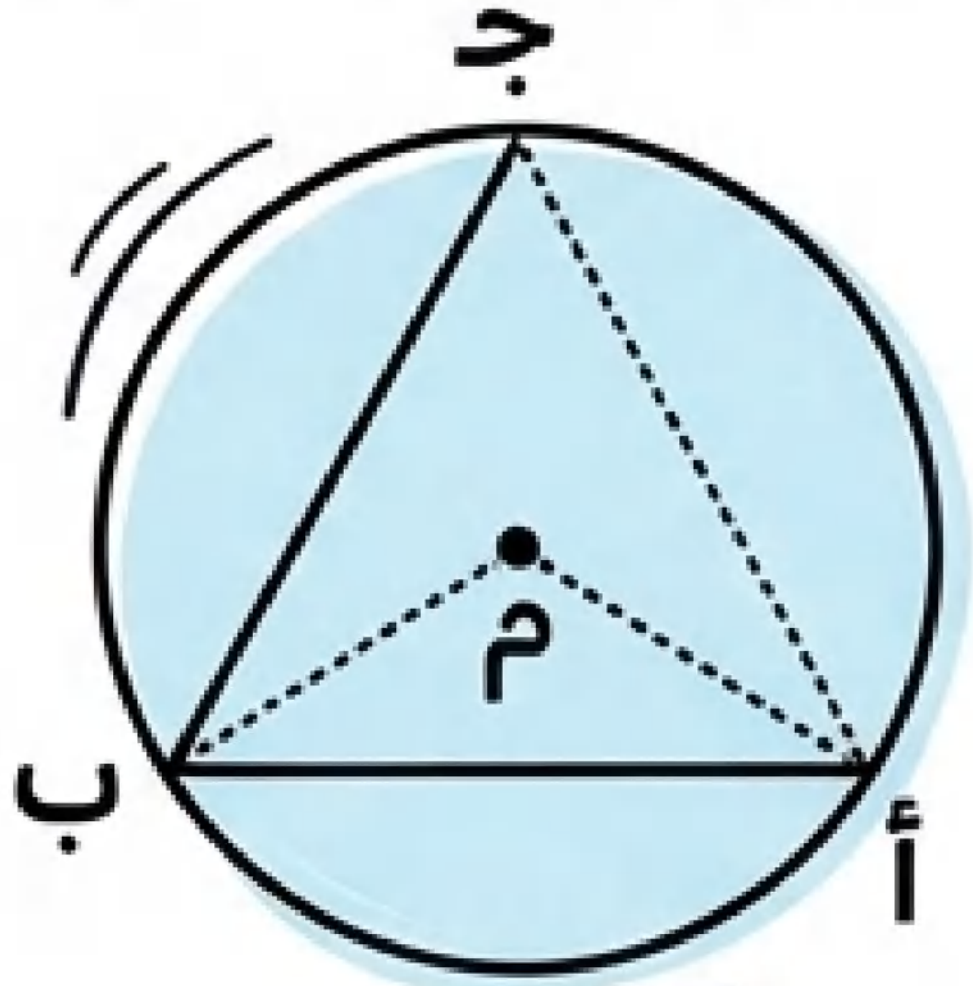
- لكل زاوية محيطية، فيه زاوية مركزية واحدة مشتركة معاها في نفس القوس.
- لكن ممكن نرسم عدد لا نهائي من الزوايا المحيطية اللي ليها نفس القوس.

النظرية الأساسية: مفتاح كل الألغاز

قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها في نفس القوس.

بالرموز: ق(∠أ جـ ب) = $\frac{١}{٢}$ ق(∠أ م ب)

شرح سريع للبرهان



الفكرة بسيطة: بنستخدم المثلث المتساوي الساقين (عشان أنصاف الأقطار متساوية) والزاوية الخارجة عن المثلث.

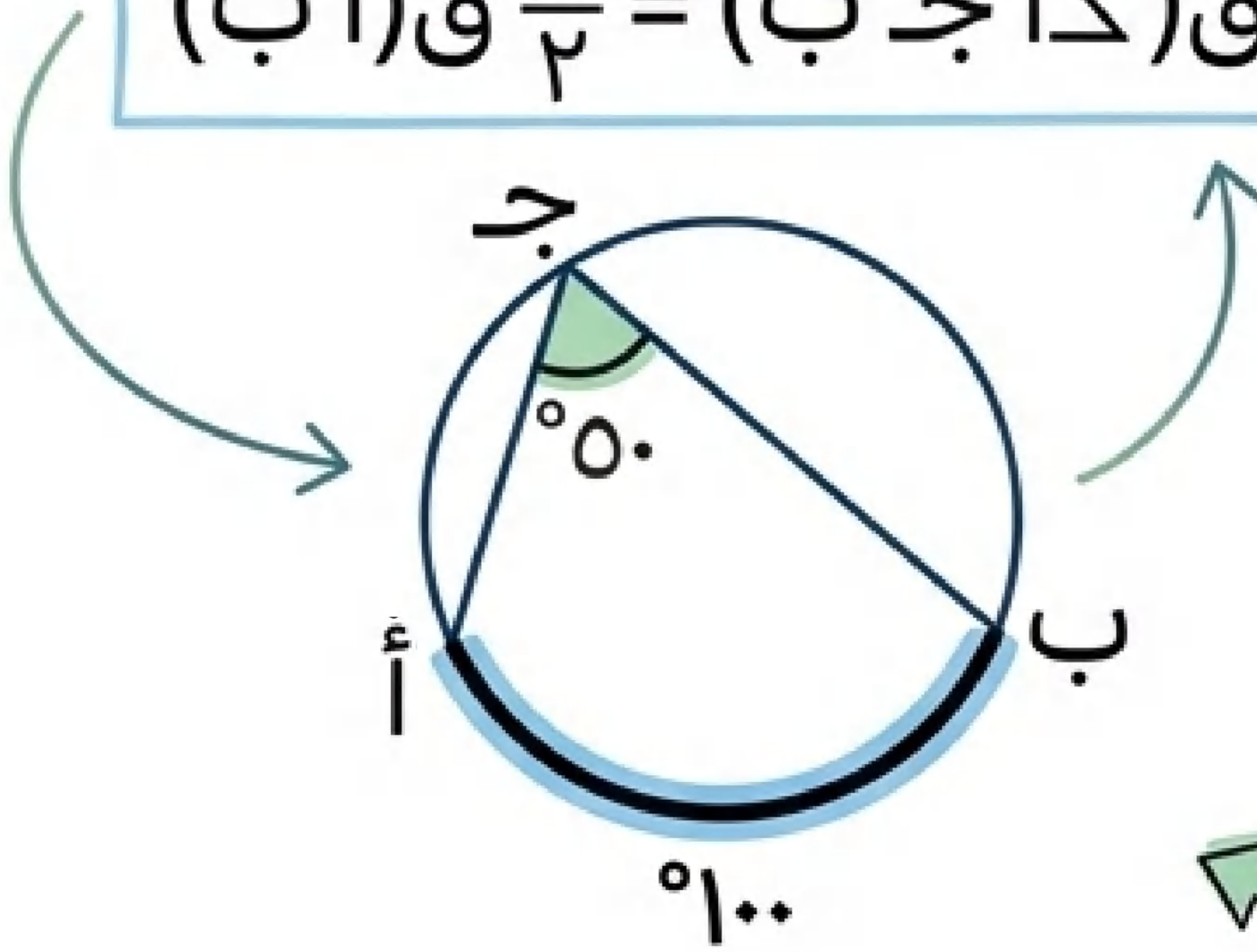
نتائج مباشرة من النظرية

نتيجة ١

قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المقابل لها.

ليه؟ لأن ق(المحيطية) = $\frac{1}{2}$ ق(المركزية)، و ق(المركزية) = ق(القوس).

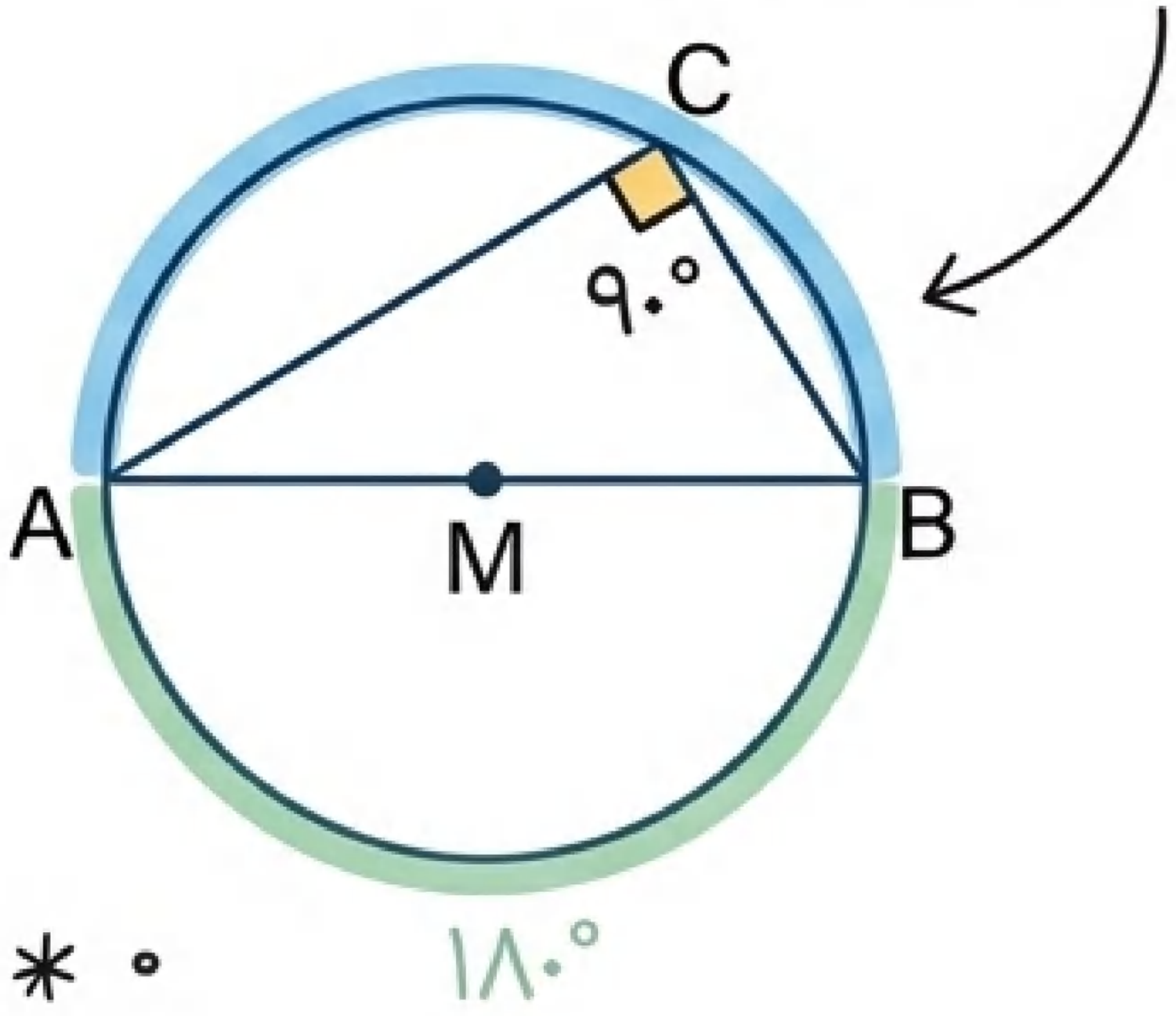
يعني: ق(∠أ جـ ب) = $\frac{1}{2}$ ق($\overset{\frown}{\text{أ ب}}$)



نتيجة ٢ – مهمة جداً

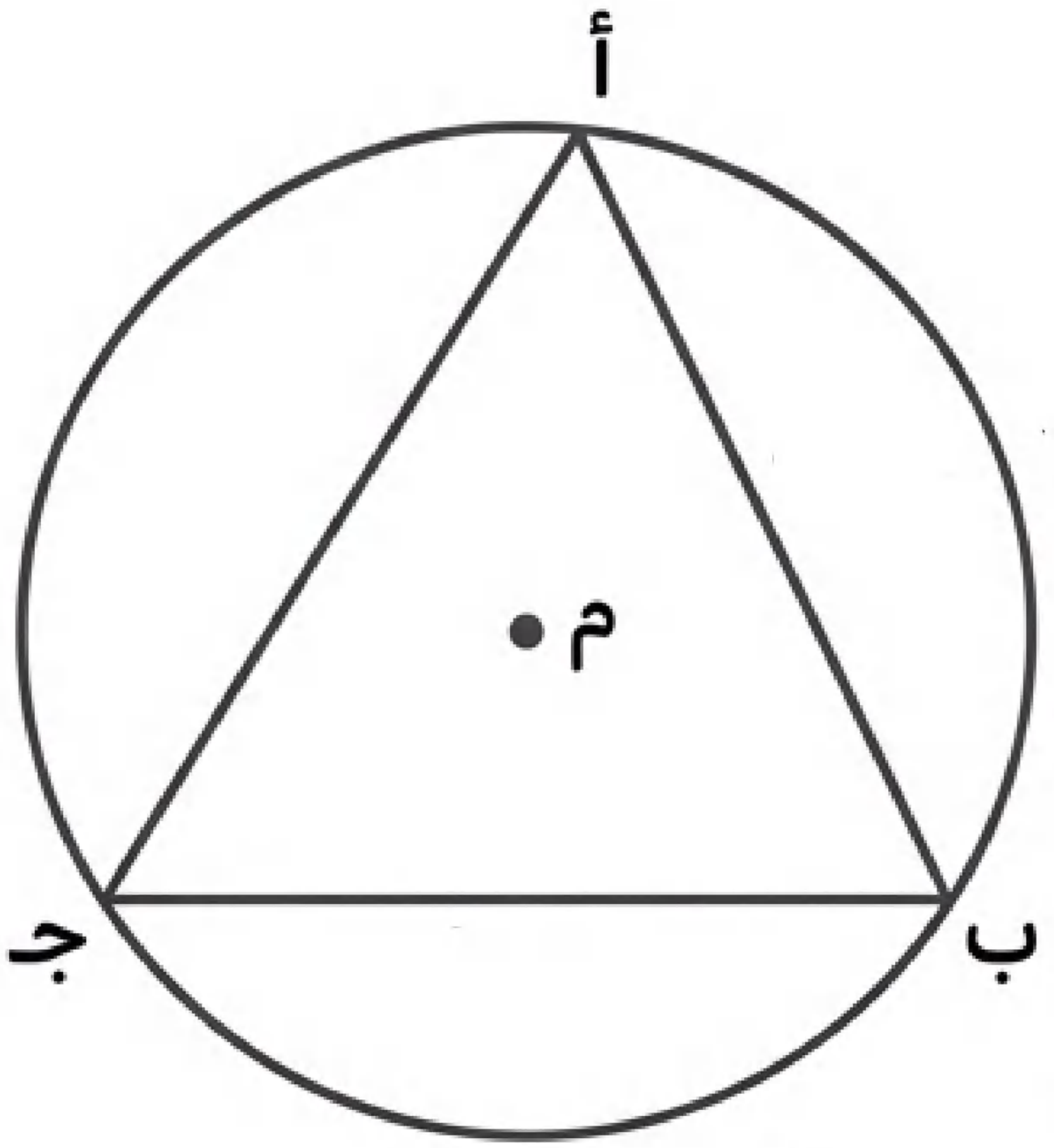
الزاوية المحيطية المرسومة في نصف دائرة تكون قائمة (قياسها ٩٠°).

ليه؟ لأنها بتقابل قوس قياسه ١٨٠°، وهي نصه بالظبط.



يلا نحل: تطبيق على الزاوية المحيطية

مثال: في الشكل المقابل، أ ب جـ مثلث مرسوم داخل الدايرة م.
إذا كانت النسبة بين قياسات الأقواس ق(أ ب) : ق(ب جـ) : ق(أ جـ) = ٣ : ٥ : ٤
أوجد قياسات زوايا المثلث.



الخطوات

١. **نفرض:** إن ق(أ ب) = ٣س، ق(ب جـ) = ٥س، ق(أ جـ) = ٤س.

٢. **مجموع أقواس الدايرة** = ٣٦٠°. إذن ٣س + ٥س + ٤س = ٣٦٠°.

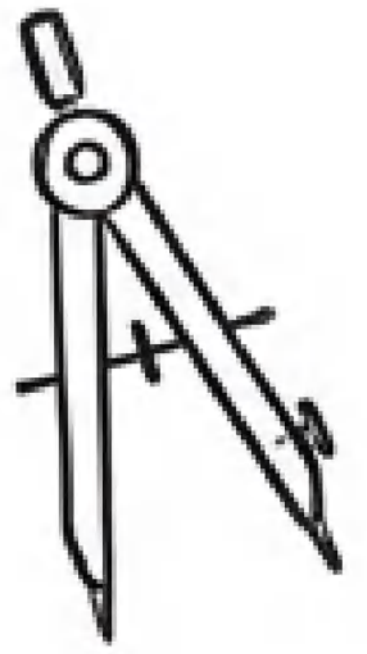
٣. ١٢س = ٣٦٠° ⇦ **س = ٣٠°.**

٤. **نحسب قياس كل قوس:**

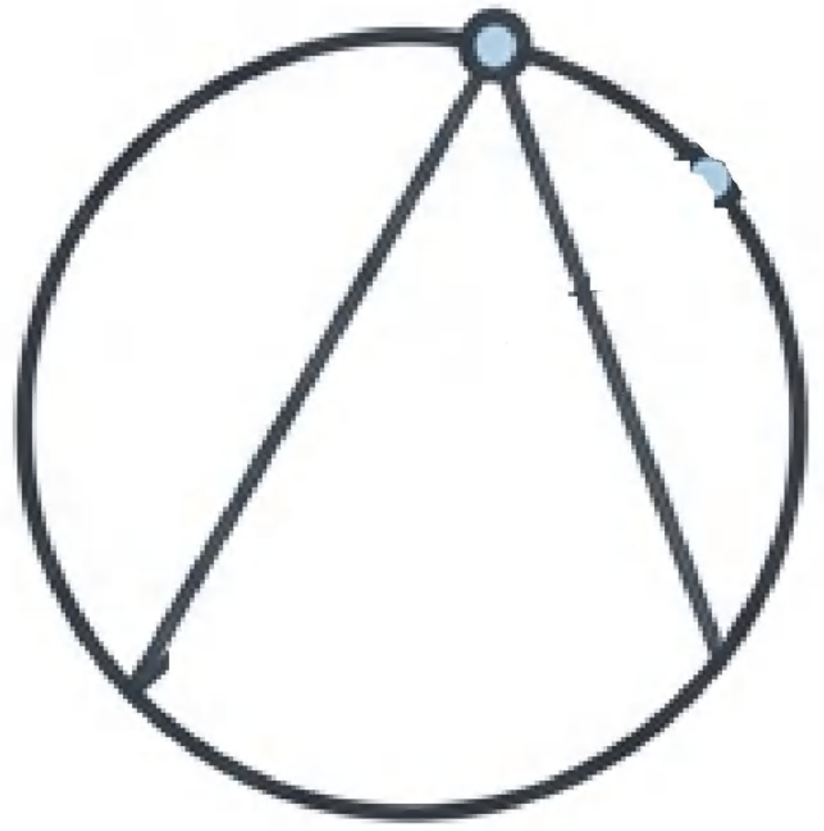
- ق(أ ب) = ٣ × ٣٠ = **٩٠°.**
- ق(ب جـ) = ٥ × ٣٠ = **١٥٠°.**
- ق(أ جـ) = ٤ × ٣٠ = **١٢٠°.**

٥. **نحسب الزوايا** (كل زاوية نص القوس المقابل):

- ق(∠ج) = ١/٢ ق(أ ب) = ١/٢ × ٩٠ = **٤٥°.**
- ق(∠أ) = ١/٢ ق(ب جـ) = ١/٢ × ١٥٠ = **٧٥°.**
- ق(∠ب) = ١/٢ ق(أ جـ) = ١/٢ × ١٢٠ = **٦٠°.**



خلاصة الدرس الثاني: صندوق كنوز المحيطية



الزاوية المحيطية:

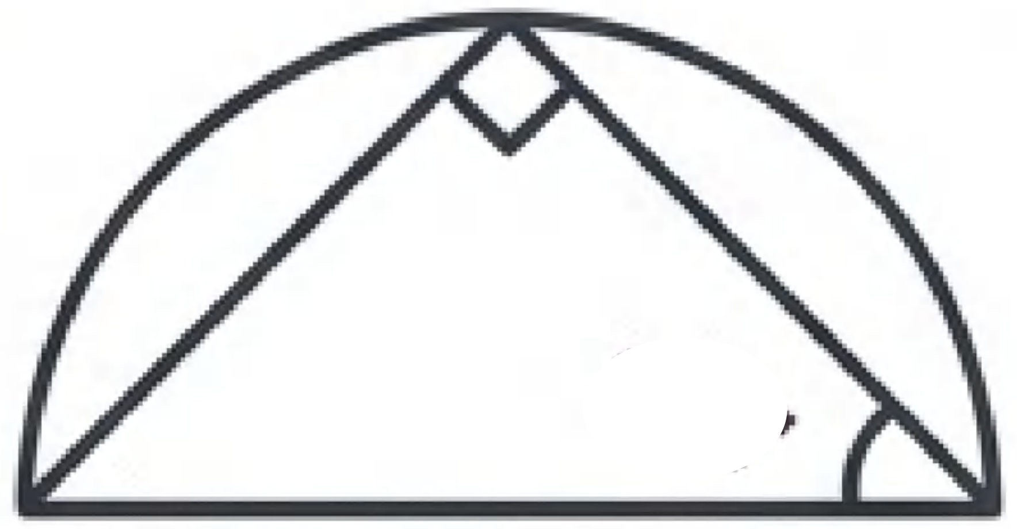
راسها على الدايرة
وأضلاعها أوتار.

** العلاقة الذهبية (النظرية)

المحيطية = $\frac{١}{٢}$ المركزية
(المشتركة معها في القوس).

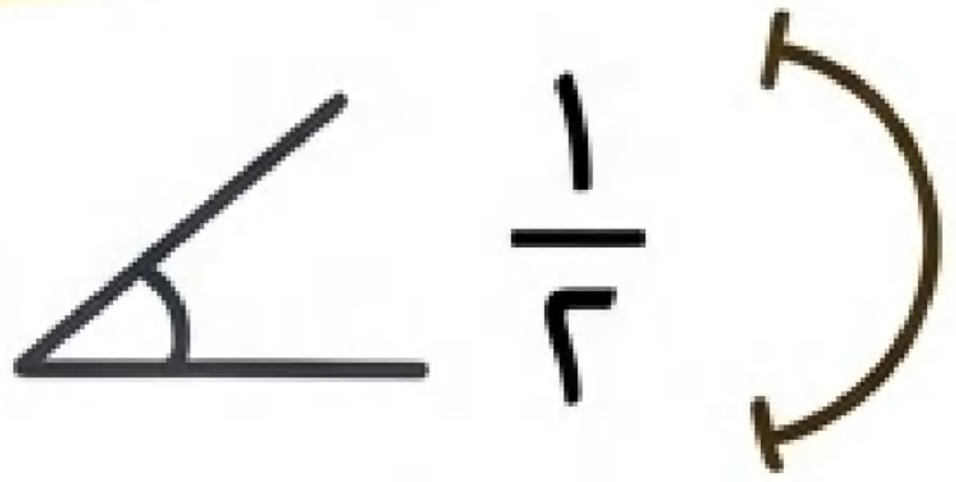
ق(∠محيطية) = $\frac{١}{٢}$ ق(∠مركزية)

**حالة خاصة



الزاوية المحيطية في
نصف دايرة = ٩٠°.

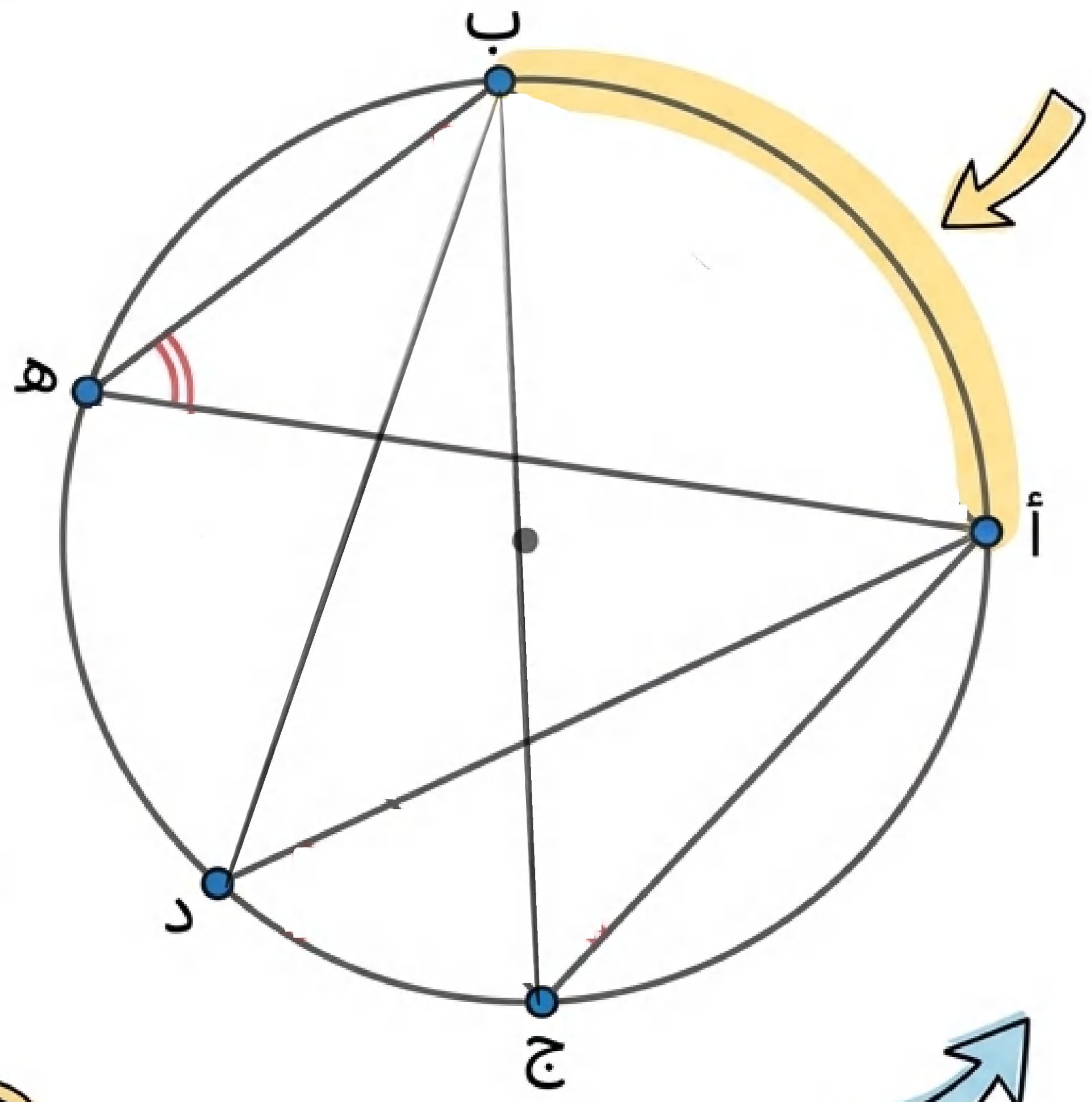
** النتيجة الأهم



المحيطية = $\frac{١}{٢}$ القوس المقابل لها.

ق(∠محيطية) = $\frac{١}{٢}$ ق(القوس)

المحطة الثالثة: فك الشفرات (نظرية ٢)



نص النظرية

- الزوايا المحيطية التي تحصر نفس القوس في الدائرة الواحدة تكون متساوية في القياس.

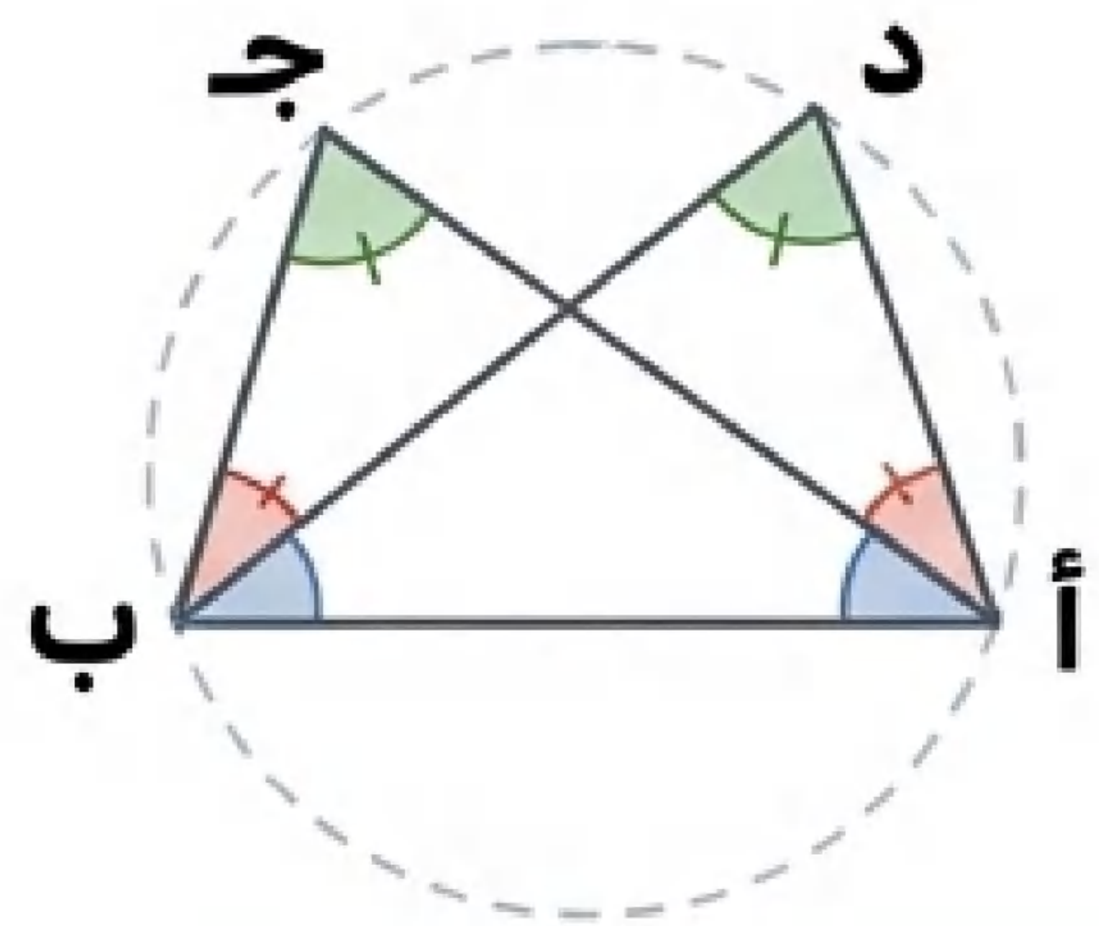
ببساطة: لو كذا زاوية محيطية بتبص على نفس القوس، يبقى كلهم قد بعض.

بالرموز: في الشكل، ق(∠ج) = ق(∠د) = ق(∠هـ) لأنهم كلهم بيحصروا القوس (أ ب).

فكرة البرهان

- سهلة خالص! !!
- ق(∠ج) = $\frac{١}{٢}$ ق($\overset{\frown}{\text{أ ب}}$)
- ق(∠د) = $\frac{١}{٢}$ ق($\overset{\frown}{\text{أ ب}}$)
- ق(∠هـ) = $\frac{١}{٢}$ ق($\overset{\frown}{\text{أ ب}}$)
- إذن كلهم متساويين.

🔄 عكس النظرية: إزاي نثبت إن النقط على دايرة واحدة؟

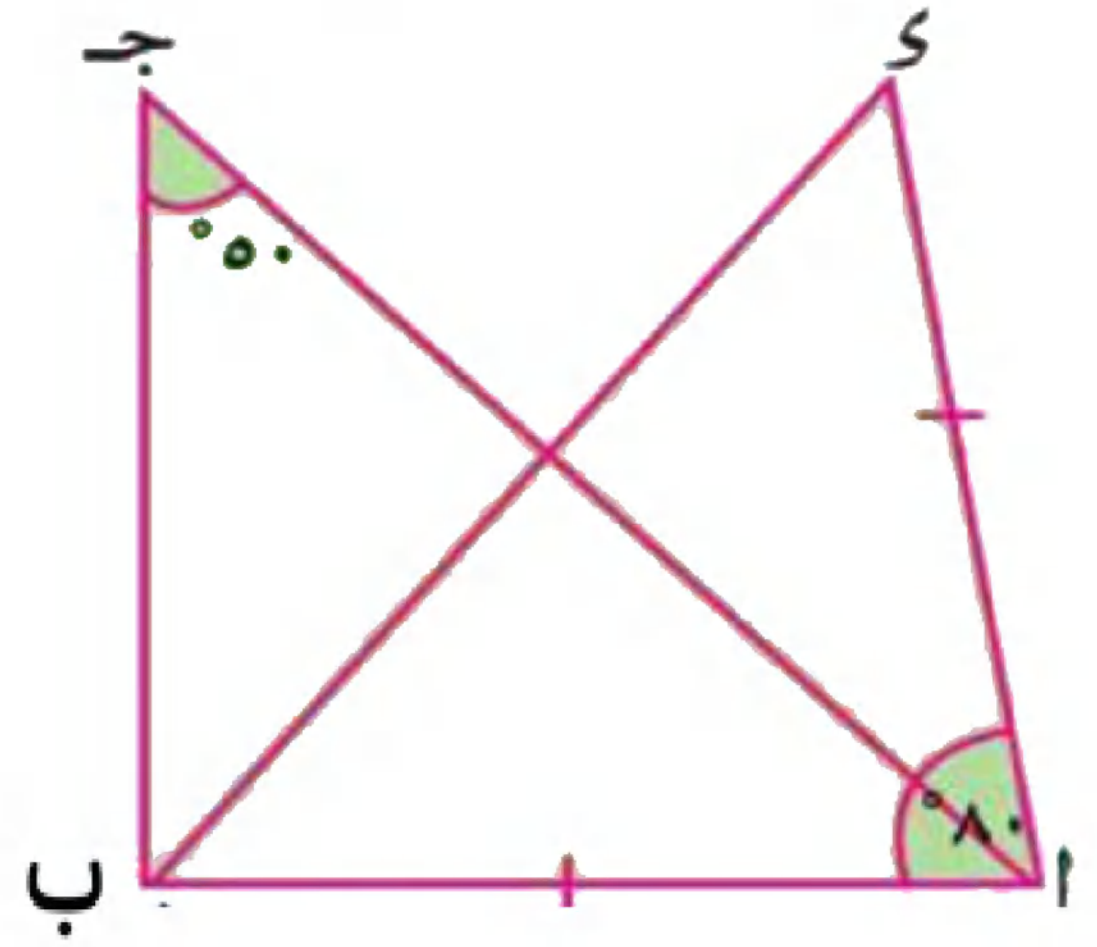


نص عكس النظرية:

- إذا تساوى قياس زاويتين مرسومتين على قاعدة واحدة وفي جهة واحدة منها، فإن رأسيهما يقعان على دائرة واحدة تمر بنقطتي القاعدة.

💡 **يعني:** لو عندك قاعدة (أ ب) وزاويتين زي ∠ج و ∠د بيبصوا عليها من نفس الناحية، ولقيت إن ق(∠ج) = ق(∠د)، يبقى أكيد النقط أ، ب، جـ، د كلهم على دايرة واحدة.

مثال تطبيقي



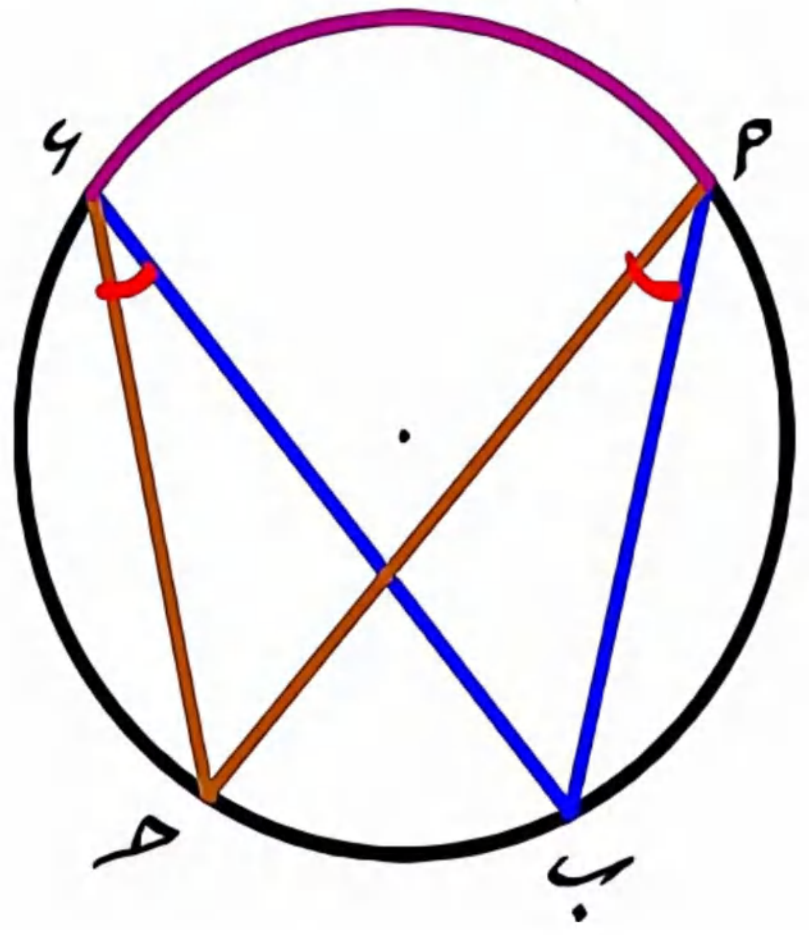
المعطيات: في الشكل، أ ب = أ د، ق(∠أ) = ٨٠°، ق(∠ج) = ٥٠°.
أثبت أن النقط أ، ب، جـ، د تمر بها دائرة واحدة.

الحل:

- في المثلث أ ب د، بما أن أ ب = أ د، إذن ق(∠أ ب د) = ق(∠أ د ب) = $\frac{١٨٠ - ١٨٠}{٢}$ = ٥٠°.
- الآن، لاحظ أن ق(∠أ د ب) = ٥٠° و ق(∠ج) = ٥٠°.
- وهما زاويتان مرسومتان على القاعدة (أ ب) وفي جهة واحدة منها.
- إذن، النقط أ، ب، جـ، د تمر بها دائرة واحدة.

خلاصة الدرس الثالث: صندوق كنوز النظريات

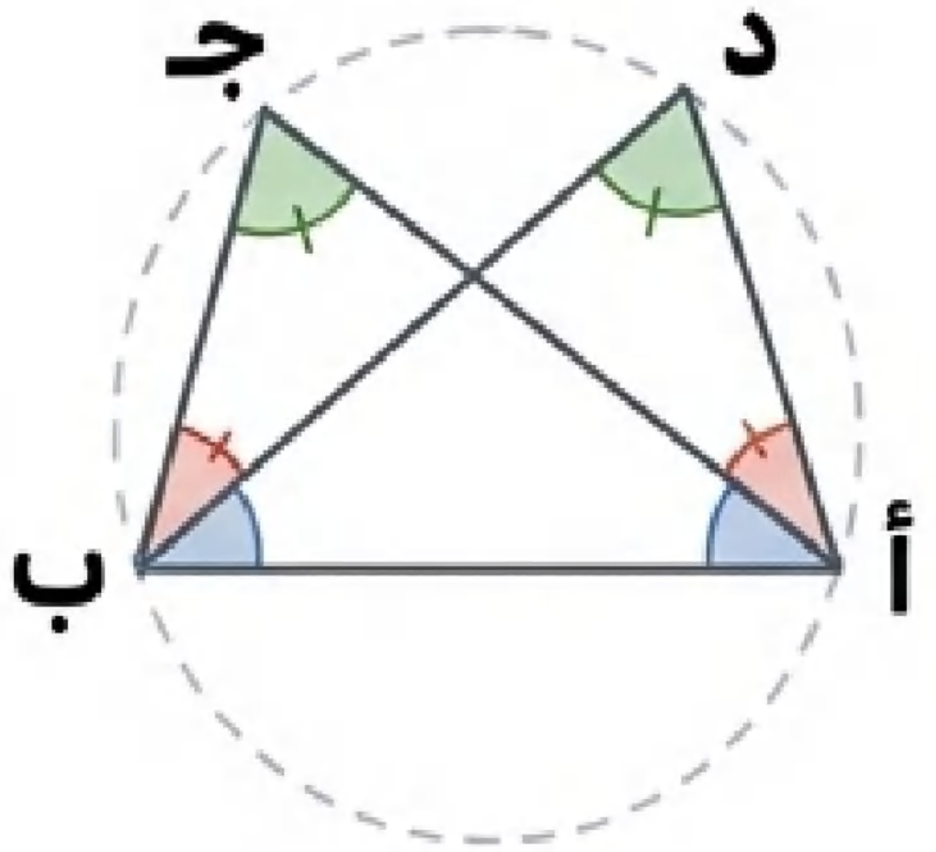
نظرية ٢ (مباشر)



- زوايا محيطية على نفس القوس ⇦ متساوية في القياس.

الاستخدام: لما يكون عندك النقط على الدايرة وعايز تثبت إن زاويتين متساويتين.

عكس نظرية ٢



- زاويتين على قاعدة واحدة ومتساويتين ⇦ النقط تمر بها دائرة واحدة.

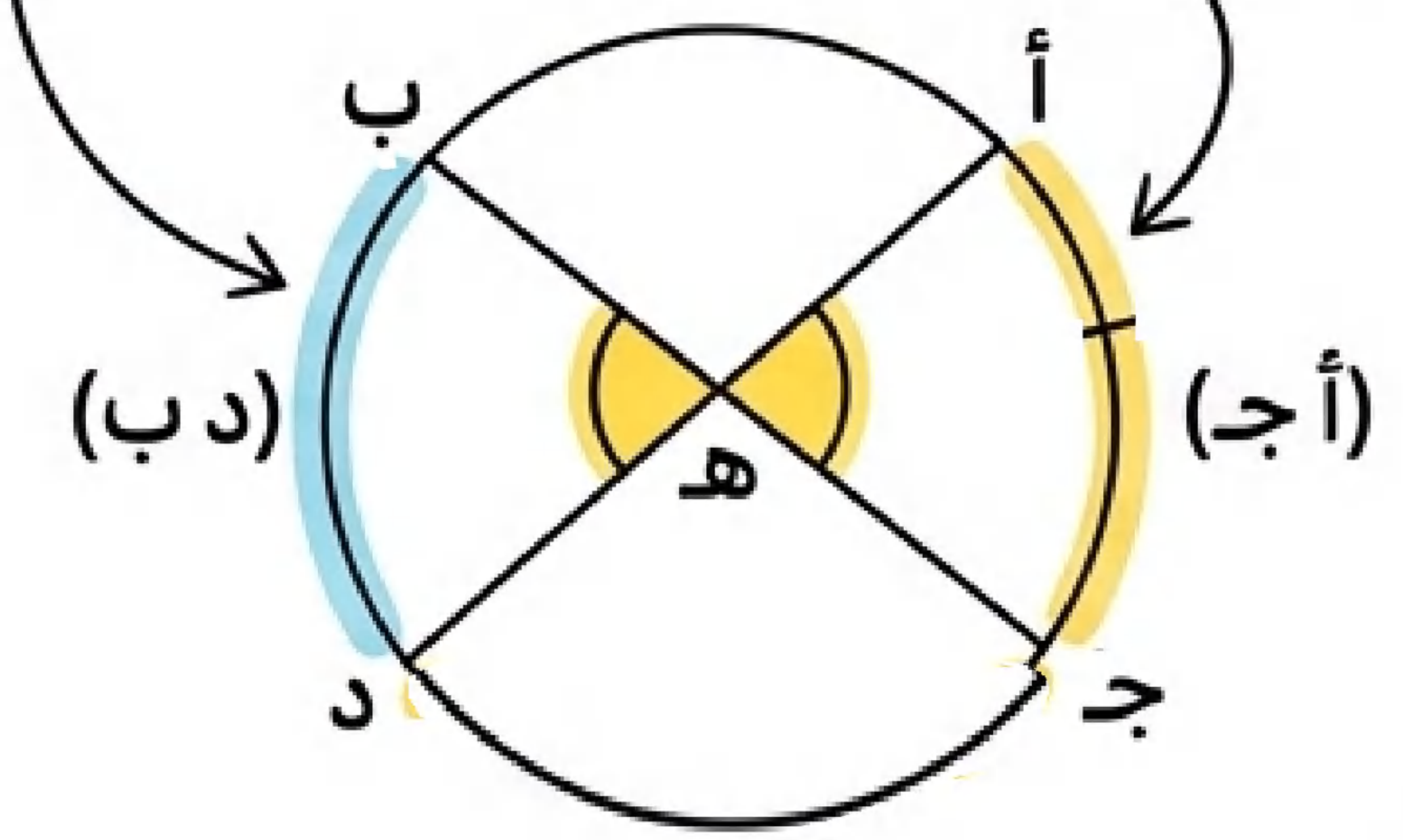
الاستخدام: لما يكون عندك شكل رباعي وعايز تثبت إنه دائري (أو إن النقط على دايرة).

المحطة الرابعة: الألغاز الكبرى (تمارين مشهورة)

تمرين مشهور ١: التقاطع في الداخل

إذا تقاطع وتران داخل دائرة، فإن قياس زاوية تقاطعهما يساوي نصف مجموع قياسي القوسين المقابلين لها.

$$\text{ق}(\angle \text{أ هـ جـ}) = \frac{١}{٢}\left[\,\text{ق}(\overset{\frown}{\text{أ جـ}}) + \text{ق}(\overset{\frown}{\text{د ب}})\,\right]$$

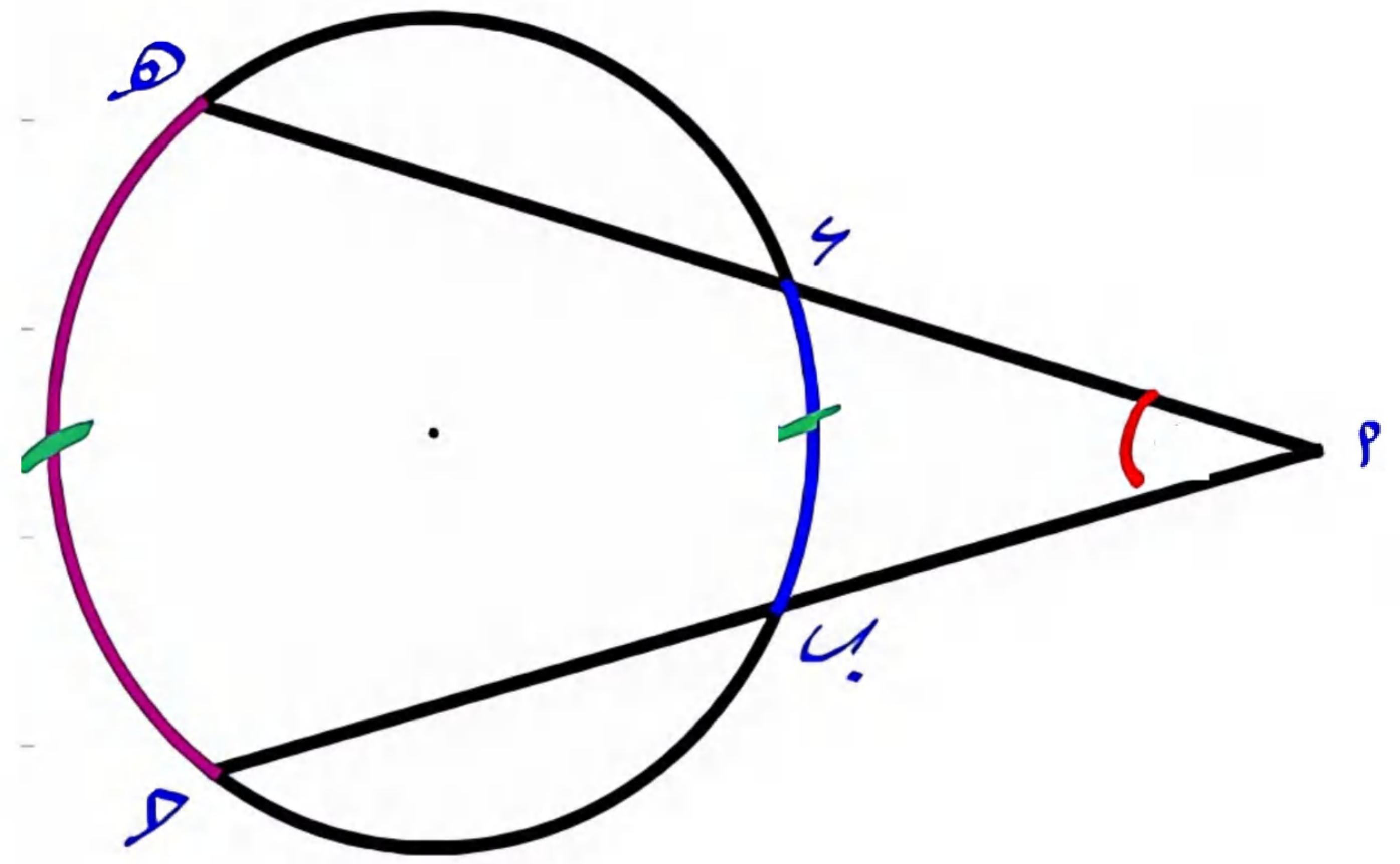


تمرين مشهور ٢: التقاطع في الخارج

إذا تقاطع شعاعان حاملان لوترين خارج دائرة، فإن قياس زاوية تقاطعهما يساوي نصف الفرق الموجب بين قياسي القوسين المحصورين بين ضلعيها.

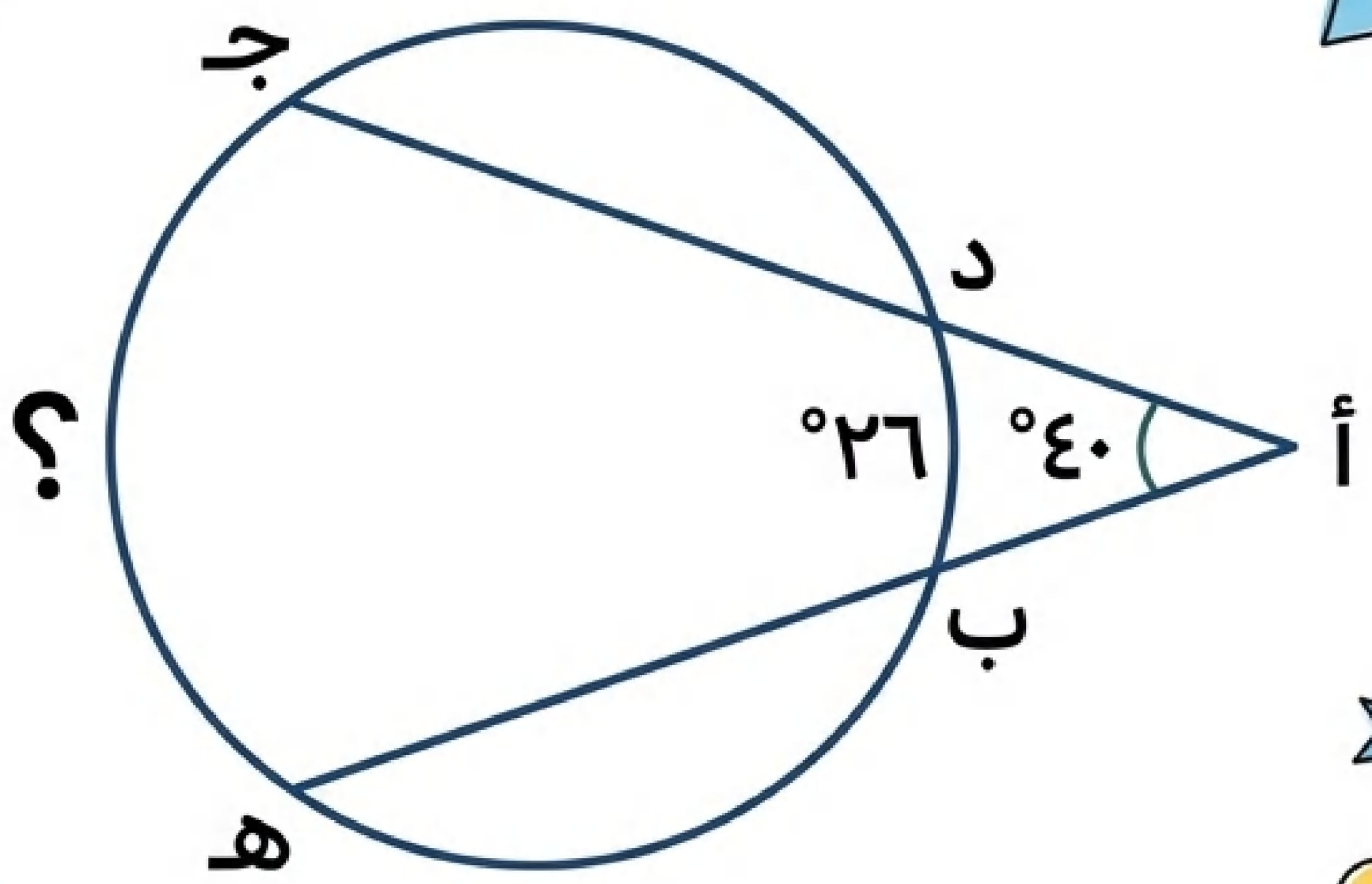
$$\text{ق}(\angle \text{أ}) = \frac{١}{٢}\left[\,\text{ق}(\overset{\frown}{\text{هـ جـ}}) - \text{ق}(\overset{\frown}{\text{د ب}})\,\right]$$

(القوس الكبير - القوس الصغير)



يلا نحل: تطبيق على التمارين المشهورة

مثال: في الشكل المقابل، ق(∠أ) = ٤٠°، ق(ب د) = ٢٦°. أوجد ق(جـ هـ).



التحليل

ده تمرين مشهور ٢ (التقاطع في الخارج).

الخطوات

١. **القانون:** ق(∠أ) = $\frac{١}{٢}$ [ق(جـ هـ) − ق(ب د)]

٢. **التعويض:** ٤٠° = $\frac{١}{٢}$ [ق(جـ هـ) − ٢٦°]

٣. نضرب في ٢: ٨٠° = ق(جـ هـ) − ٢٦°

٤. نودي ٢٦° الناحية التانية: ق(جـ هـ) = ٨٠° + ٢٦°

٥. **الحل النهائي:** ق(جـ هـ) = ١٠٦°.

صندوق الكنز: الملخص النهائي لكل الأسرار!

الأساسيات

- ق(القوس) = ق(الزاوية المركزية المقابلة)
- طول القوس = $\left(\frac{\text{قياسه}}{٣٦٠^\circ}\right)$ × ٢ ط نق

العلاقات والنتائج

- أقواس متساوية ⟺ أوتار متساوية.
- توازي (وتر//وتر أو وتر//مماس) ⟺ أقواس محصورة متساوية.

الزاوية المحيطية

- ق(محيطية) = $\frac{١}{٢}$ ق(مركزية) = $\frac{١}{٢}$ ق(القوس)
- المحيطية في نصف دايرة = ٩٠°.

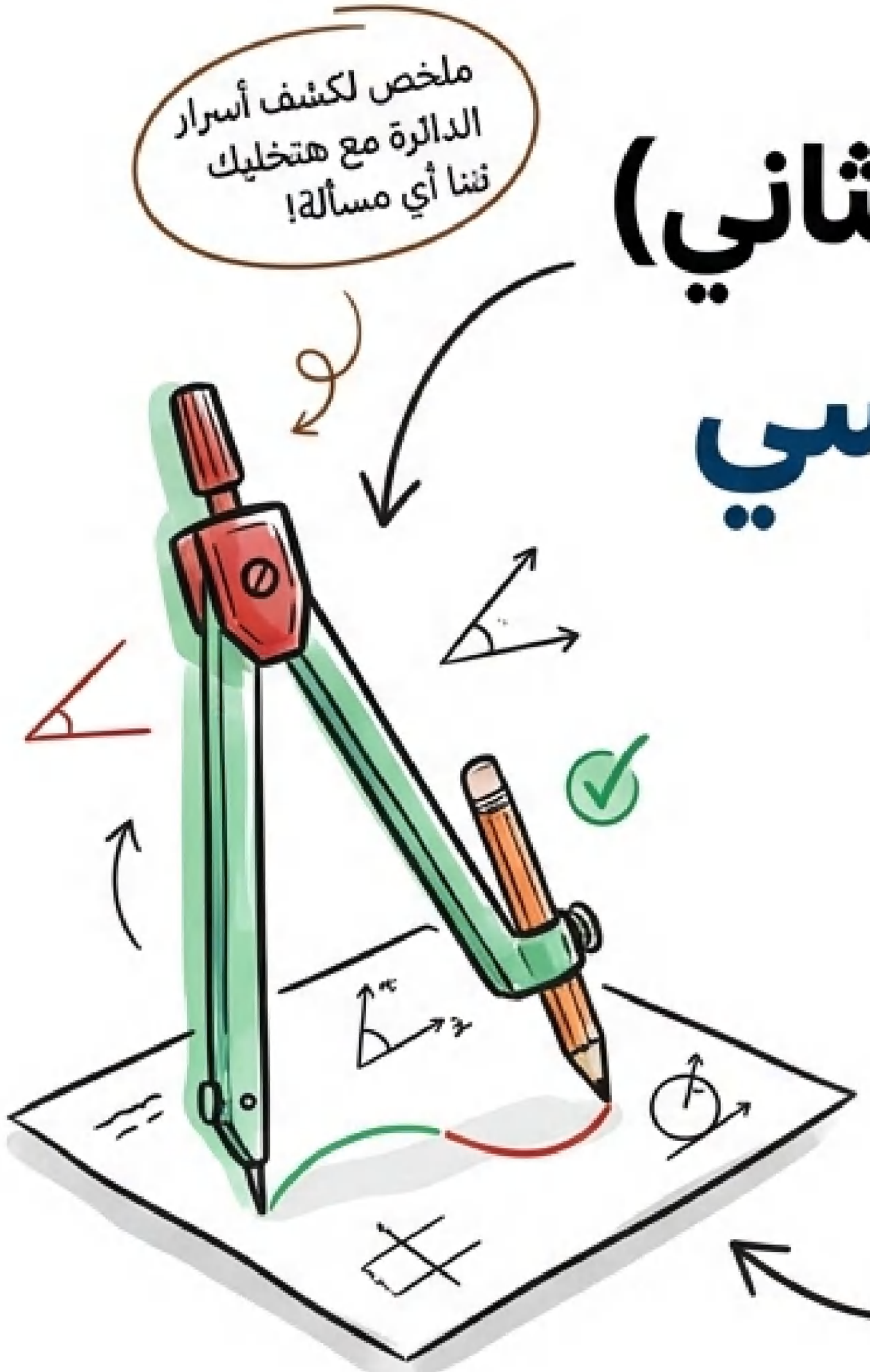
نظريات هامة

- زوايا محيطية على نفس القوس ⬅ متساوية.
- زاويتان على قاعدة واحدة ومتساويتان ⬅ النقط تمر بها دائرة.

تمارين مشهورة

- ⊕ تقاطع بالداخل: ق(الزاوية) = $\frac{١}{٢}$ (مجموع القوسين)
- ⊖ تقاطع بالخارج: ق(الزاوية) = $\frac{١}{٢}$ (فرق القوسين)

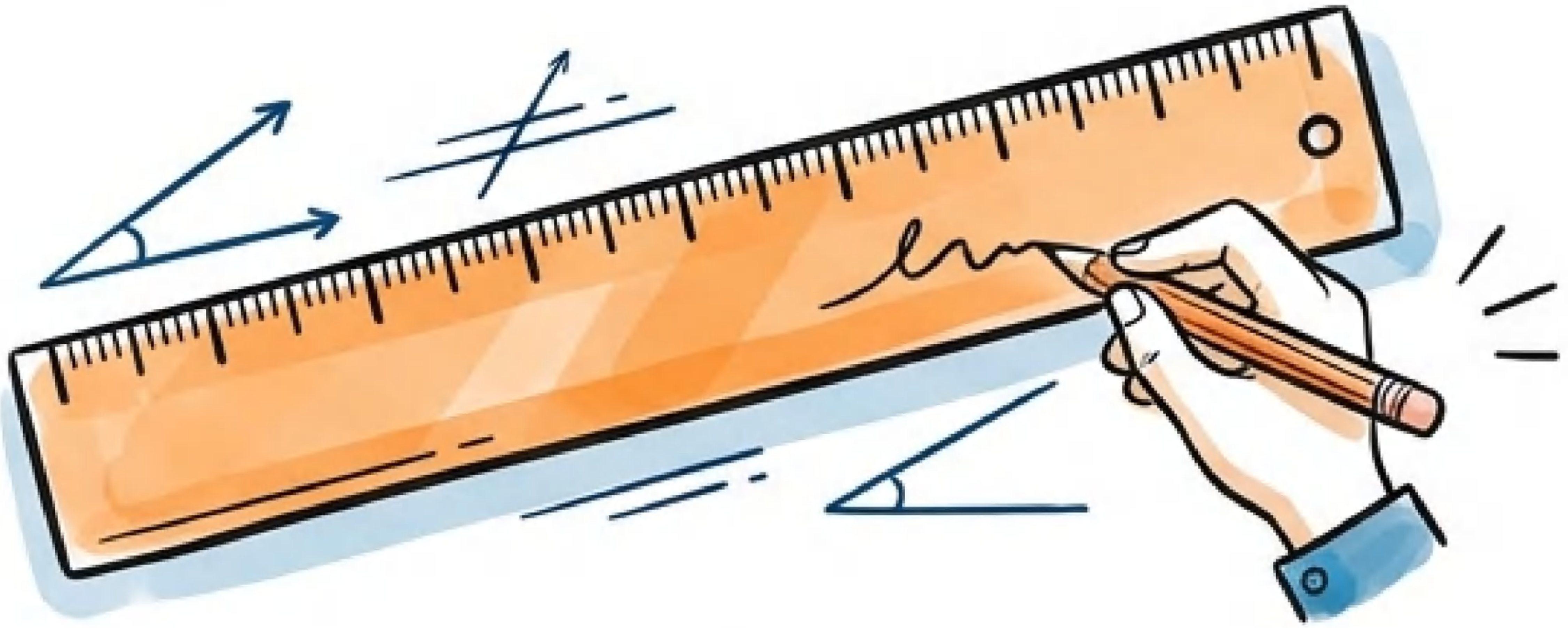
هندسة الصف الثالث الإعدادي - الترم الثاني


ملخص لكشف أسرار
الدائرة مع هتخليك
تننا أي مسألة!

🕵️ ملخص الوحدة الثانية (الجزء الثاني)

صندوق عِدَّة المحقق الهندسي

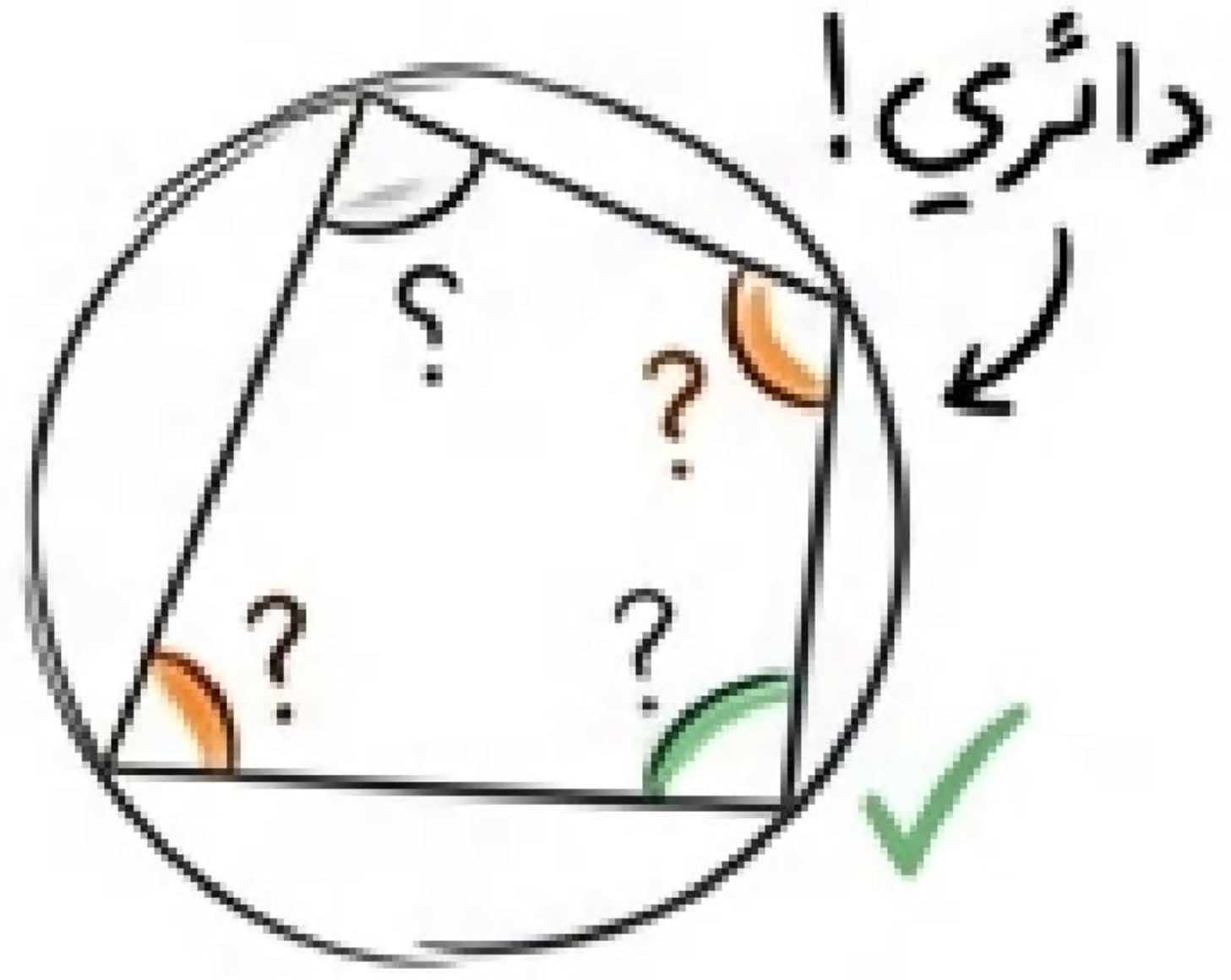
استعد لكشف أسرار الدائرة مع أقوى الأدوات
الهندسية اللي هتخليك تحل أي مسألة!



مهمتنا اليوم: تجهيز صندوق العِدّة

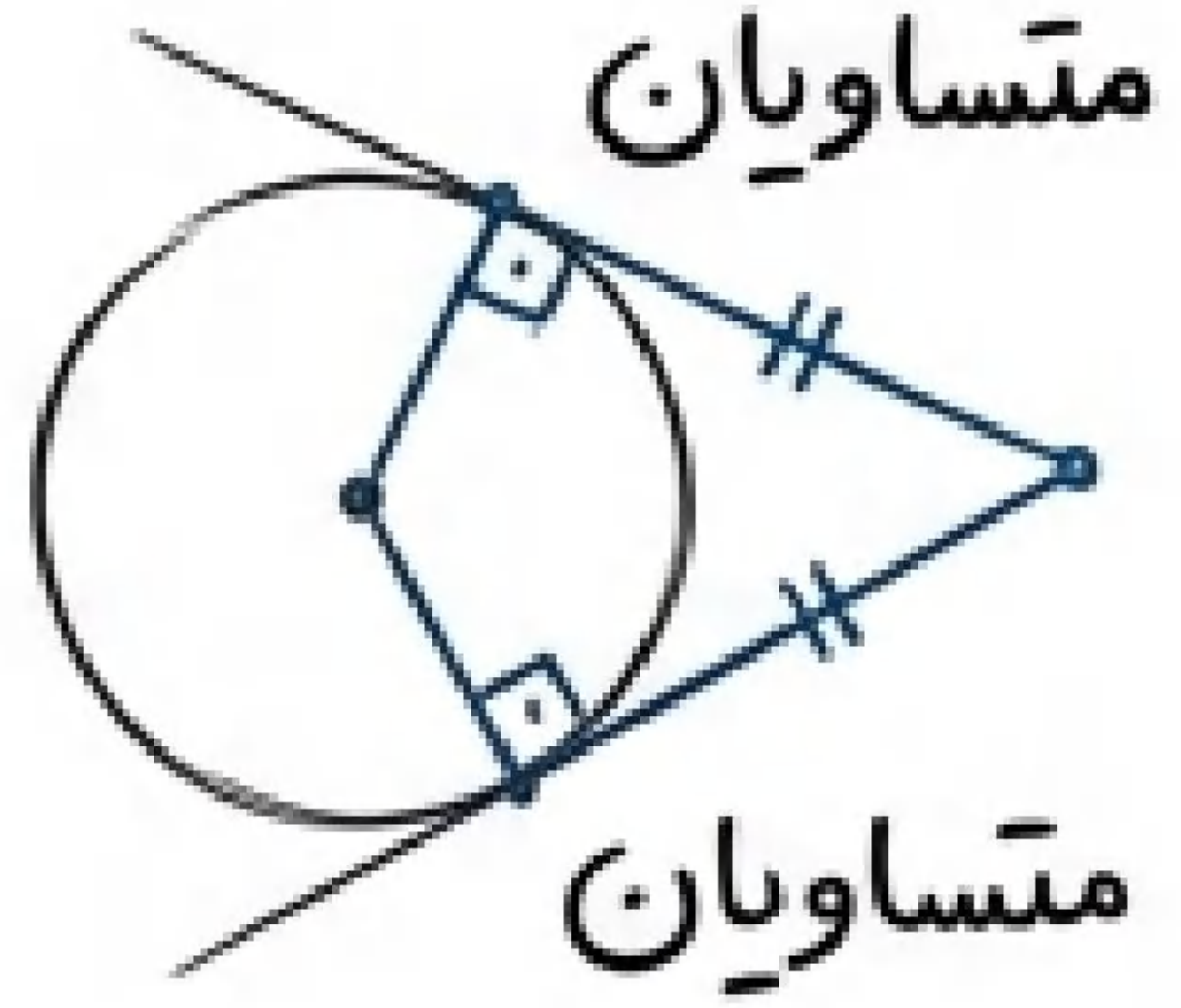
هنضيف ٣ أدوات أساسية:

١. كاشف الشكل الرباعي الدائري



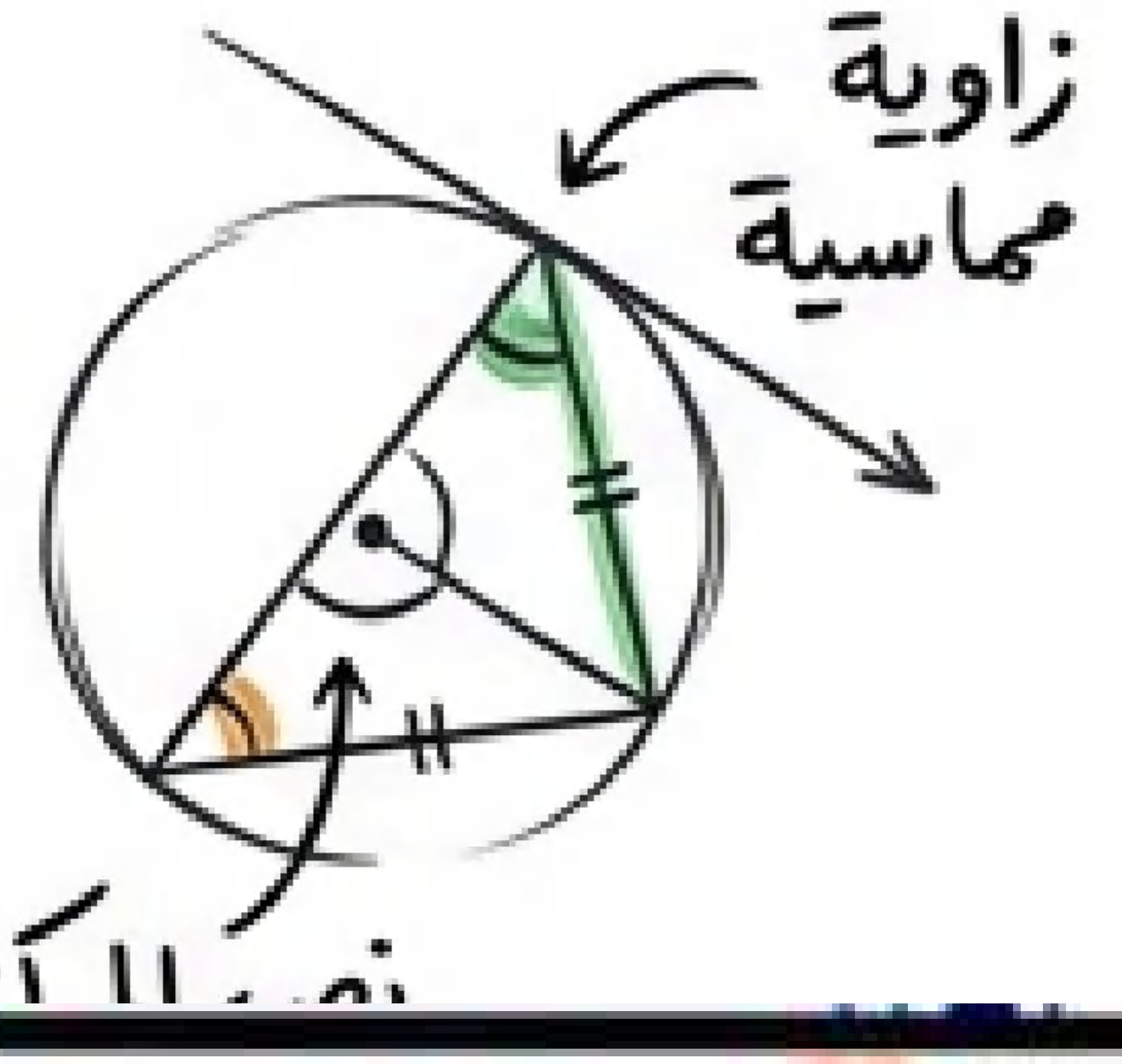
هنعرف امتى الشكل الرباعي تمر برؤوسه دائرة، وإيه هي خواصه الخطيرة.

٢. أداة التعامل مع المماسات


متساويِان
متساويِان

هنتعلم العلاقة بين المماسات المرسومة للدائرة من نقطة خارجها.

٣. عدسة الزاوية المماسية


زاوِية مماسِية

هنكتشف العلاقة بين الزاوية المماسية والزوايا المحيطية والمركزية.

الأداة الأولى: **كاشف الشكل الرباعي الدائري**

🔍 يعني إيه شكل رباعي دائري؟

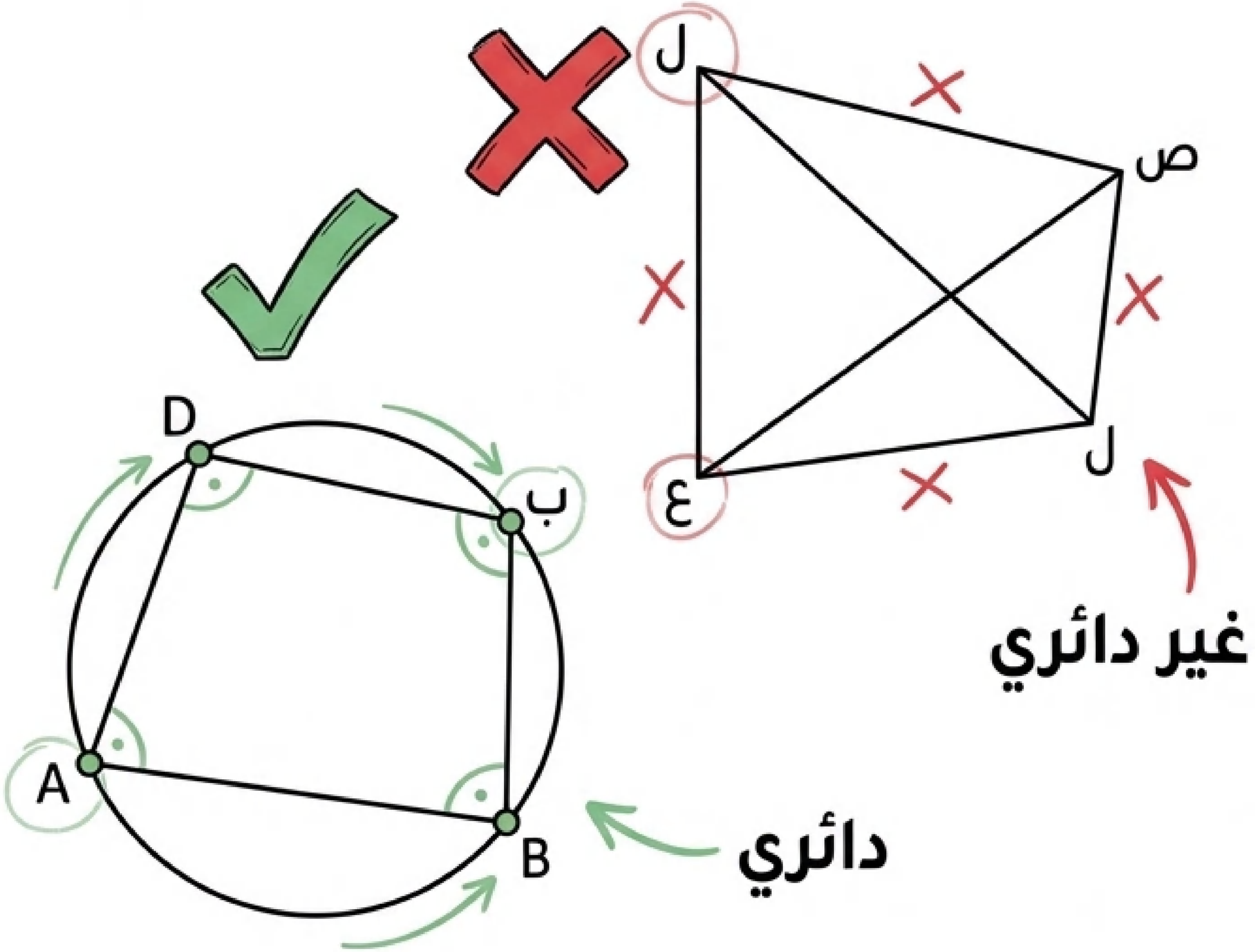
التعريف ببساطة

هو شكل رباعي عادي جدًا، بس فيه ميزة خاصة: **رؤوسه الأربعة بتقع على دايرة واحدة.**

بمعنى تاني، نقدر نرسم دايرة تمر بالأربع نقط (أ ، ب ، ج ، د) في نفس الوقت.

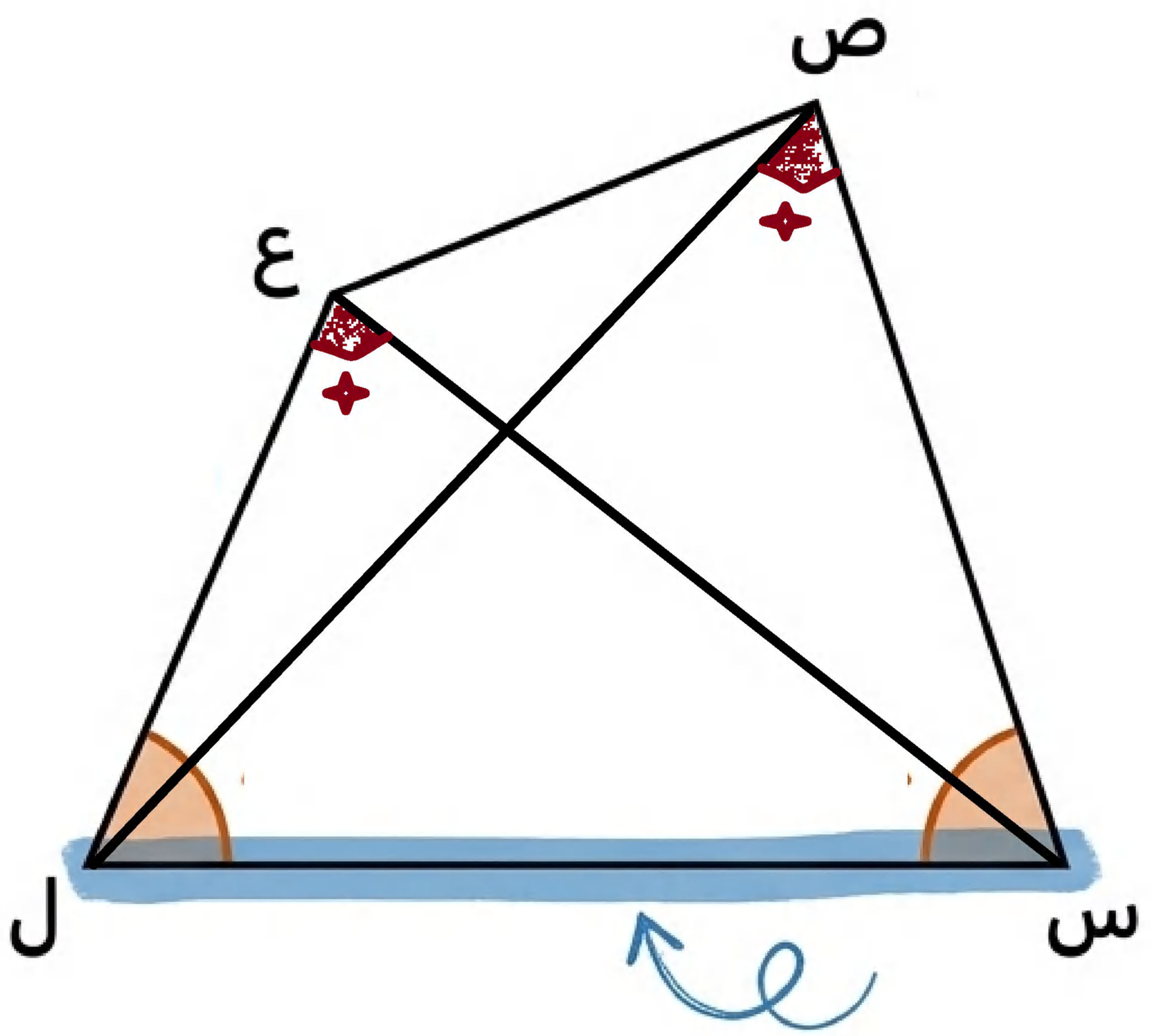
الدائرة دي بنسميها 'الدائرة الخارجة للشكل الرباعي'.

💡 **فكرة مفتاحية:** مش كل الأشكال الرباعية ينفع يترسم حواليها دايرة. لازم يكون ليها شروط معينة.



الأداة الأولى: كاشف الشكل الرباعي الدائري

🔍 شرط الكشف: امتى الشكل يكون رباعي دائري؟



الحالة الأساسية

لو لقينا في الشكل الرباعي **زاويتين متساويتين في القياس، ومرسومتين على قاعدة واحدة وفي جهة واحدة منها،** يبقى الشكل ده رباعي دائري على طول طول.

مثال في الشكل المقابل:

القاعدة هي س ل.

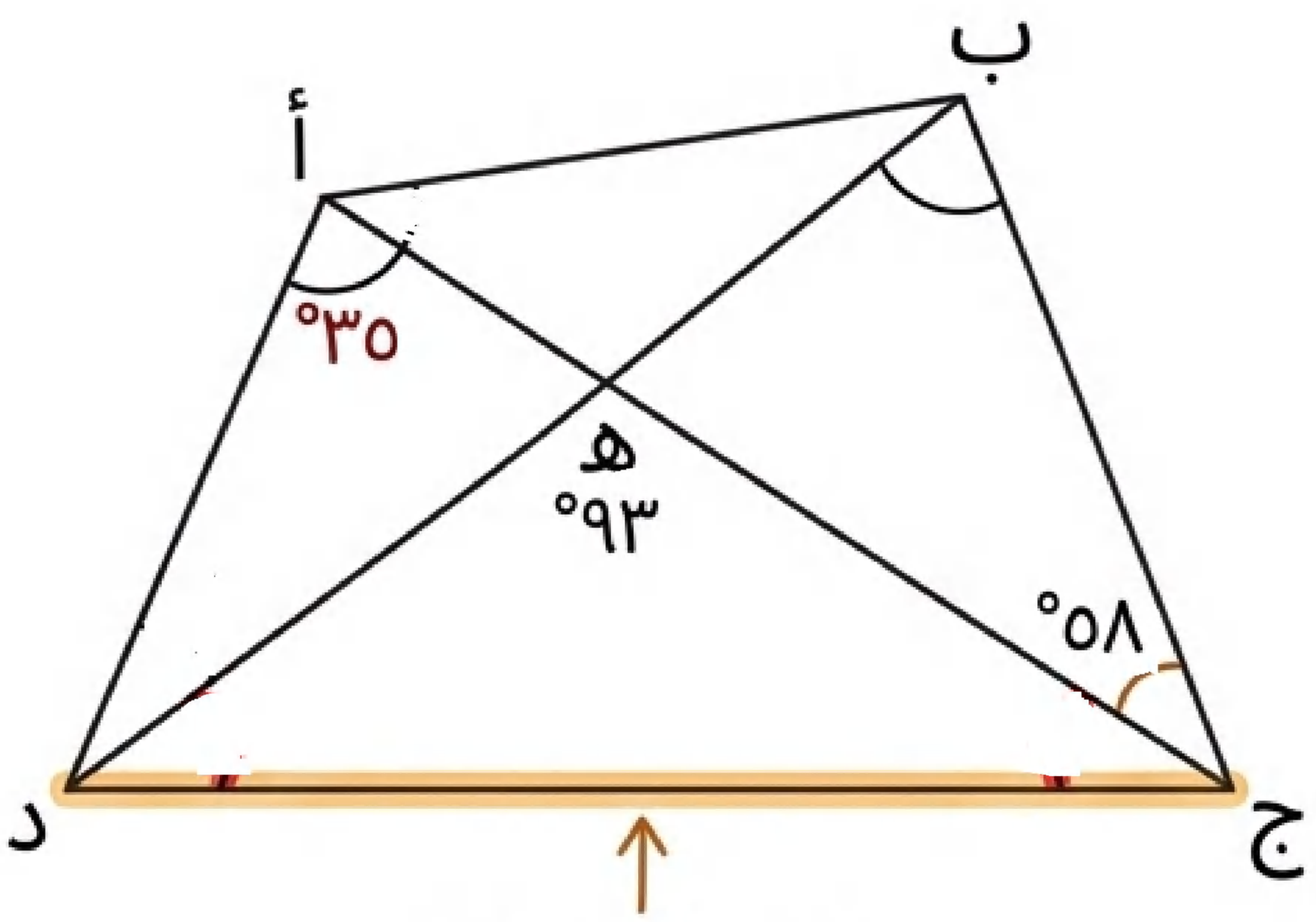
الزاويتان هما ∠س ع ل و ∠س ص ل.

لو ق(∠س ع ل) = ق(∠س ص ل)

✅ إذن: الشكل س ص ع ل رباعي دائري.

الأداة الأولى: كاشف الشكل الرباعي الدائري

💼 تطبيق عملي (١): هل الشكل ده دائري؟



قاعدة مشتركة
زاويتين قد بعض = ٣٥°

خطوات الحل (التفكير بصوت عالي)

١. **المعطيات:** نبص على الشكل. عندنا ق(∠د أ ج) = ٣٥°، ق(∠ أ ج ب) = ٥٨°، ق(∠د هـ ج) = ٩٣°.

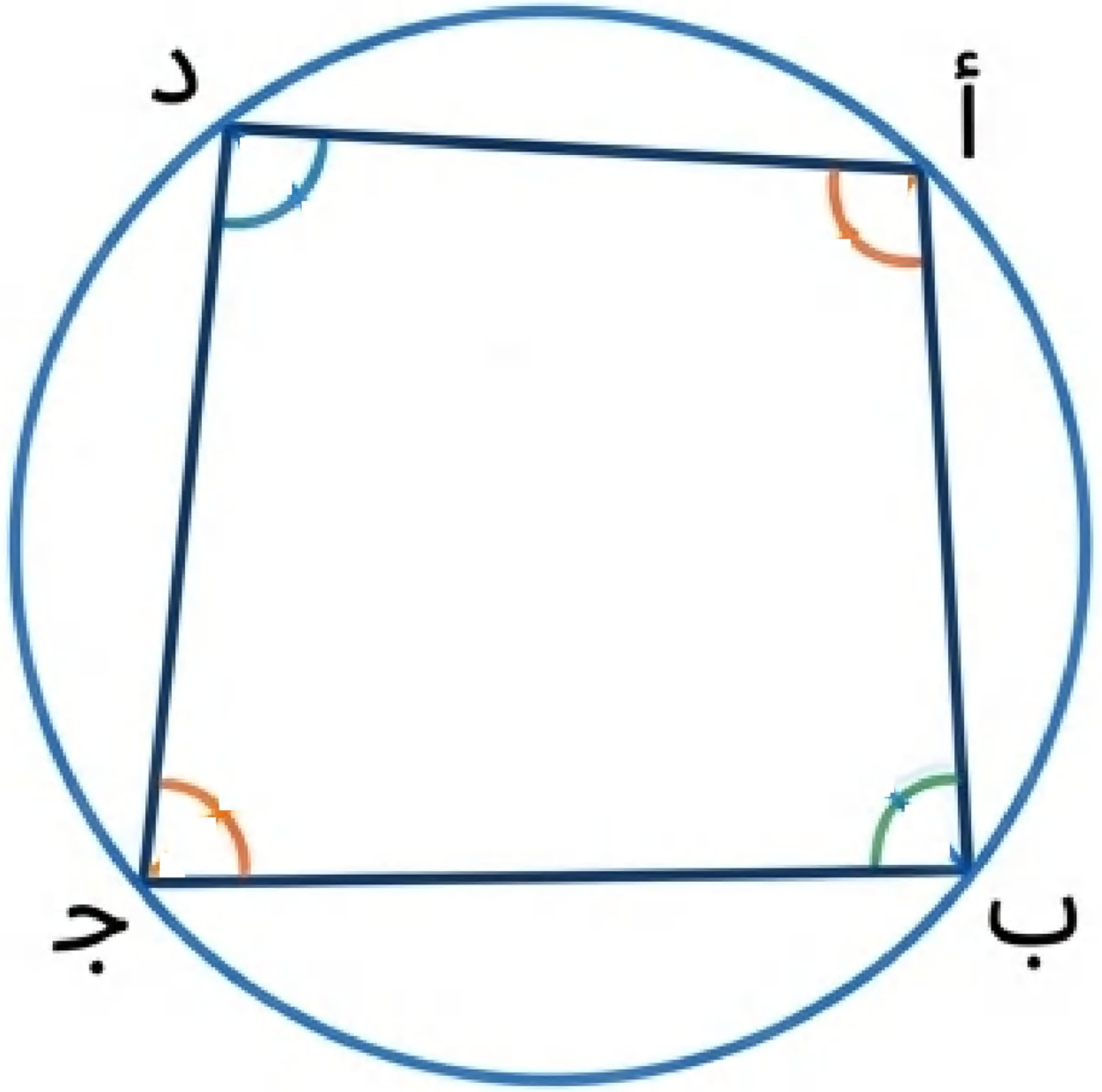
٢. **الهدف:** نثبت إن الشكل أ ب ج د رباعي دائري. يعني محتاجين نلاقي زاويتين متساويتين على قاعدة واحدة.

٣. 💡**البحث عن الزوايا:** نجرب نحسب زاوية ∠د ب ج! هي وزاوية ∠د أ ج مشتركين في القاعدة د ج. في المثلث هـ ج: ق(∠ب هـ ج) = ١٨٠° - ٩٣° = ٨٧° (زاوية مستقيمة). إذن ق(∠د ب ج) = ١٨٠° - ٨٧° - ٥٨° = ٣٥°

٤. **الاستنتاج:** بما أن ق(∠د أ ج) = ق(∠د ب ج) = ٣٥° وهما على قاعدة واحدة د ج وفي جهة واحدة منها، إذن **الشكل أ ب ج د رباعي دائري.**

الأداة الأولى: كاشف الشكل الرباعي الدائري

⭐ خاصية (١): الزاويتان المتقابلتان متكاملتان



نظرية ٣

إذا كان الشكل رباعيًا دائريًا، فإن **كُلُّ زاويتين متقابلتين فيه متكاملتان.**

"متكاملتان" يعني مجموعهم **١٨٠ درجة.**

✓ ق(∠أ) + ق(∠ج) = ١٨٠°

✓ ق(∠ب) + ق(∠د) = ١٨٠°

ليه؟

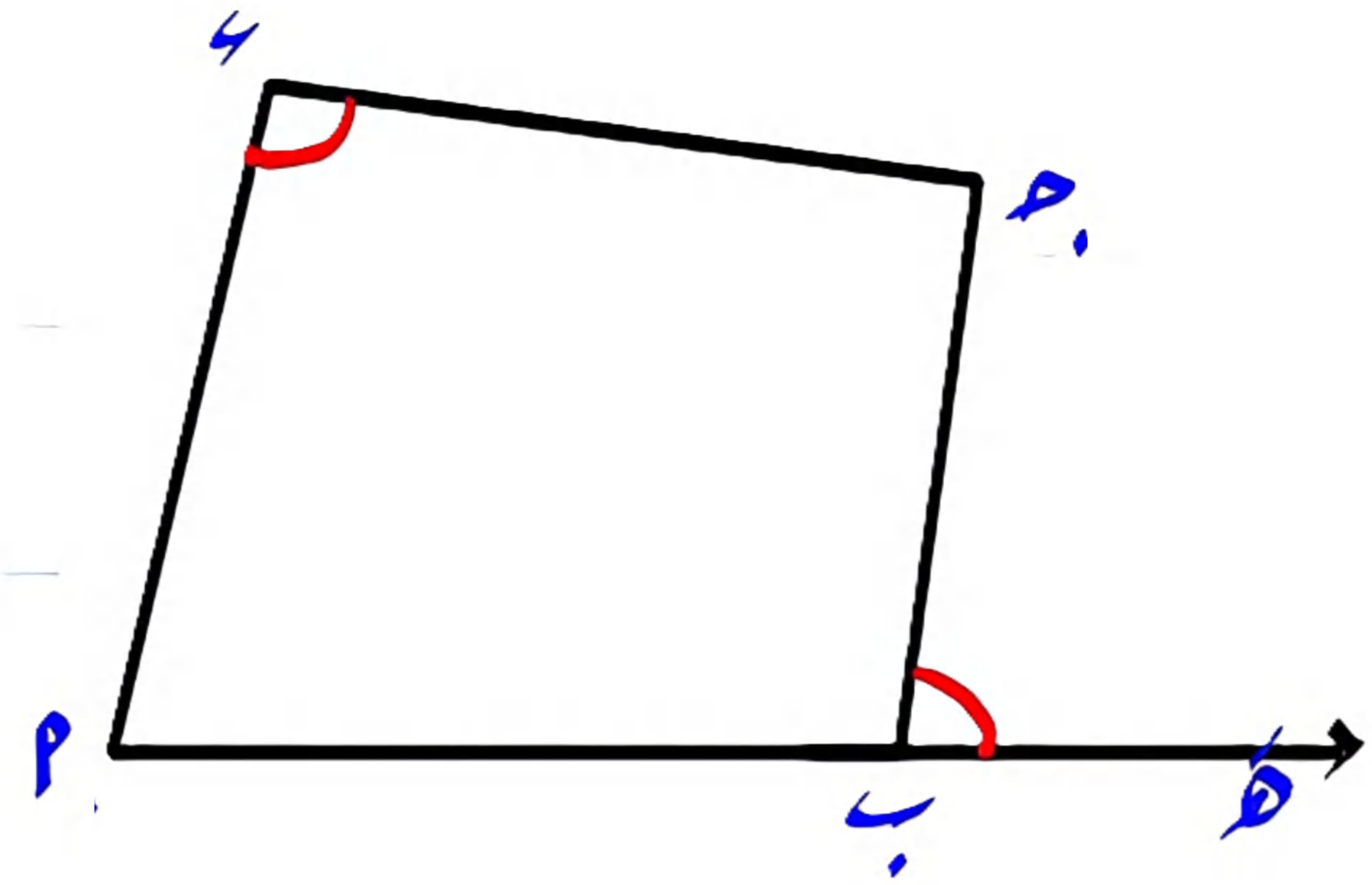
لأن ق(∠أ) = $\frac{1}{2}$ ق(القوس ب ج د)، و ق(∠ج) = $\frac{1}{2}$ ق (القوس ب أ د). ولما نجمعهم، يبقى مجموعهم ½ قياس الدائرة = ½ × ٣٦٠° = ١٨٠°.

الأداة الأولى: كاشف الشكل الرباعي الدائري

⭐ خاصية (٢): الزاوية الخارجة تساوي المقابلة للمجاورة

نتيجة هامة

قياس **الزاوية الخارجة** عند أي رأس من رؤوس الشكل الرباعي الدائري، يساوي قياس **الزاوية الداخلة المقابلة للرأس المجاور له.**



🔍 **يعني إيه الكلام ده؟ بص على الرسمة:**

الزاوية الخارجة هي ∠هـ ب ج.

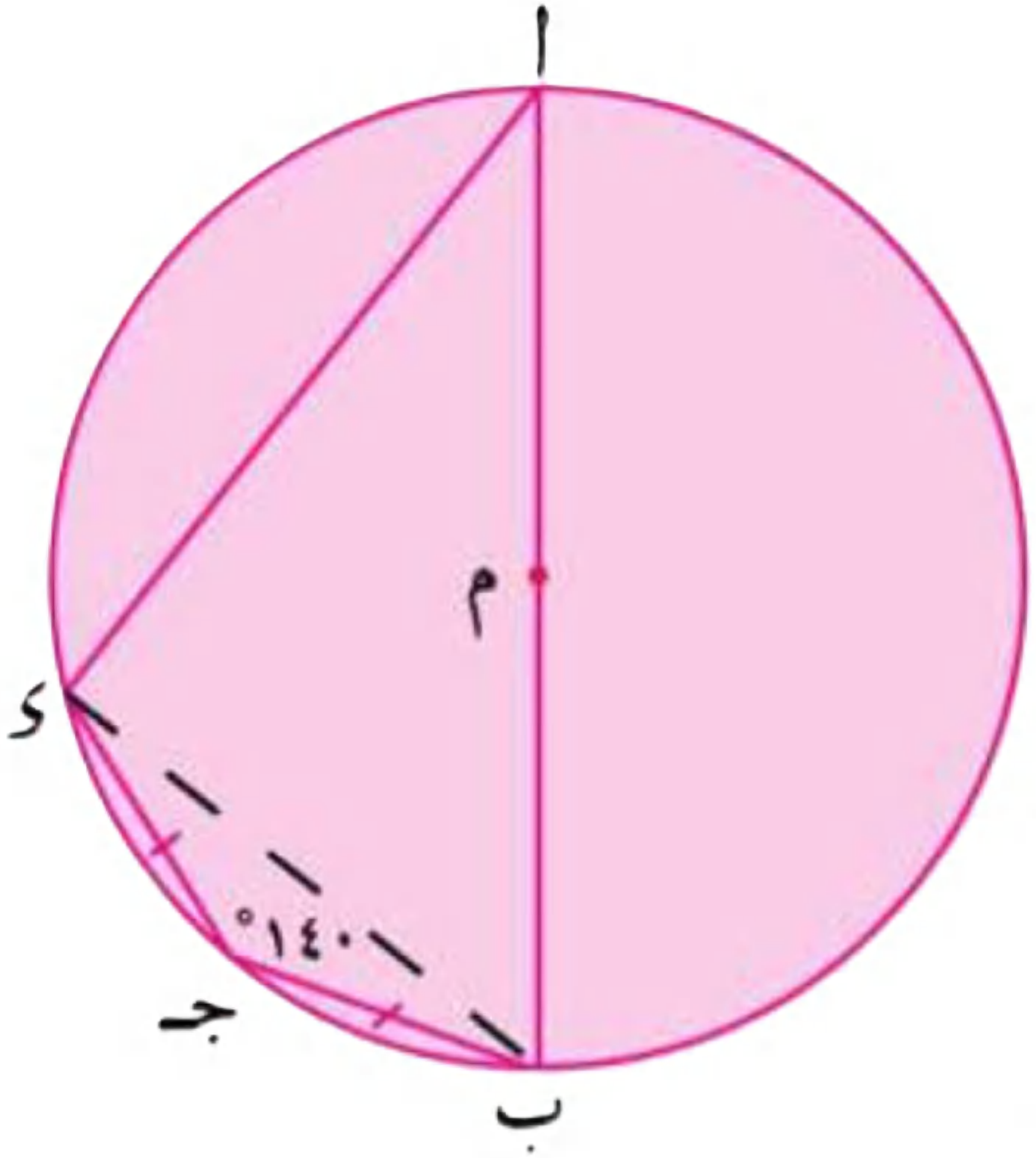
الرأس المجاور ليها هو أ ب ج.

الزاوية الداخلة المقابلة للمجاورة هي د.

إذن: ق(∠هـ ب ج) = ق(∠د) ✓

الأداة الأولى: كاشف الشكل الرباعي الدائري

تطبيق عملي (٢): استخدام الخواص



المعطيات والمطلوب

المعطيات: الشكل أ ب ج د رباعي دائري مرسوم داخل دائرة م، أ ب قطر فيها،
ج ب = ج د، ق(∠ب ج د) = ١٤٠°.

المطلوب: إيجاد ق(∠د أ ب) و ق(∠أ د ج).

خطوات التفكير والحل

١. **إيجاد ق(∠د أ ب):** بما أن الشكل رباعي دائري، إذن ق(∠د أ ب) + ق(∠ب ج د) = ١٨٠°.
إذن ق(∠د أ ب) = ١٨٠° - ١٤٠° = ٤٠° **(المطلوب أولاً ✅).**

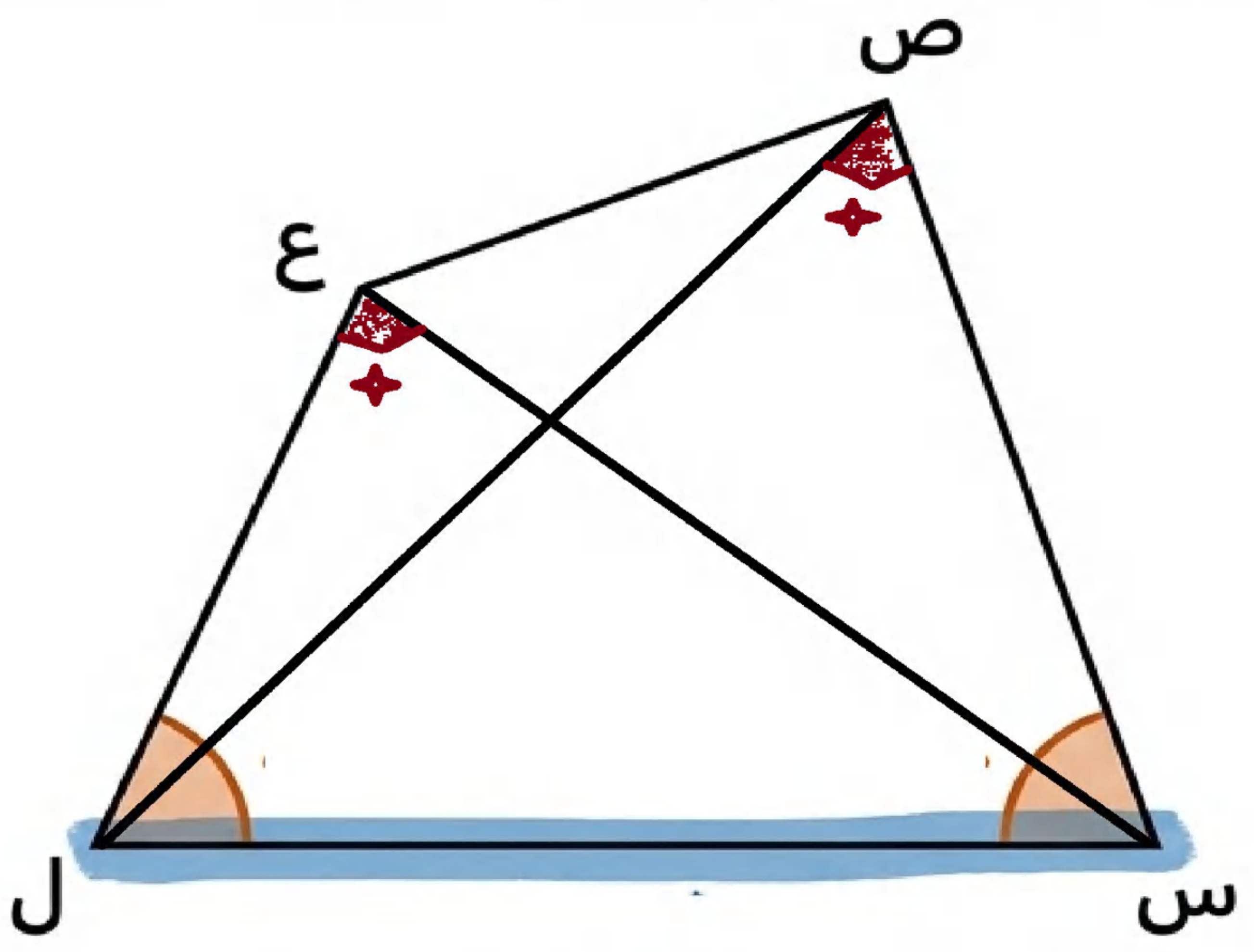
٢. **نرسم الوتر ب د:** في المثلث ب ج د، بما أن ج ب = ج د، إذن المثلث متساوي الساقين.
ق(∠ج ب د) = ق(∠ج د ب) = (١٨٠° - ١٤٠°) ÷ ٢ = ٢٠°.

٣. **استخدام القطر:** بما أن أ ب قطر، إذن ق(∠أ د ب) = ٩٠° (زاوية محيطية مرسومة في نصف دائرة).

٤. **الاستنتاج:** ق(∠أ د ج) = ق(∠أ د ب) + ق(∠ج د ب) = ٩٠° + ٢٠° = ١١٠° **(المطلوب ثانياً ✅).**

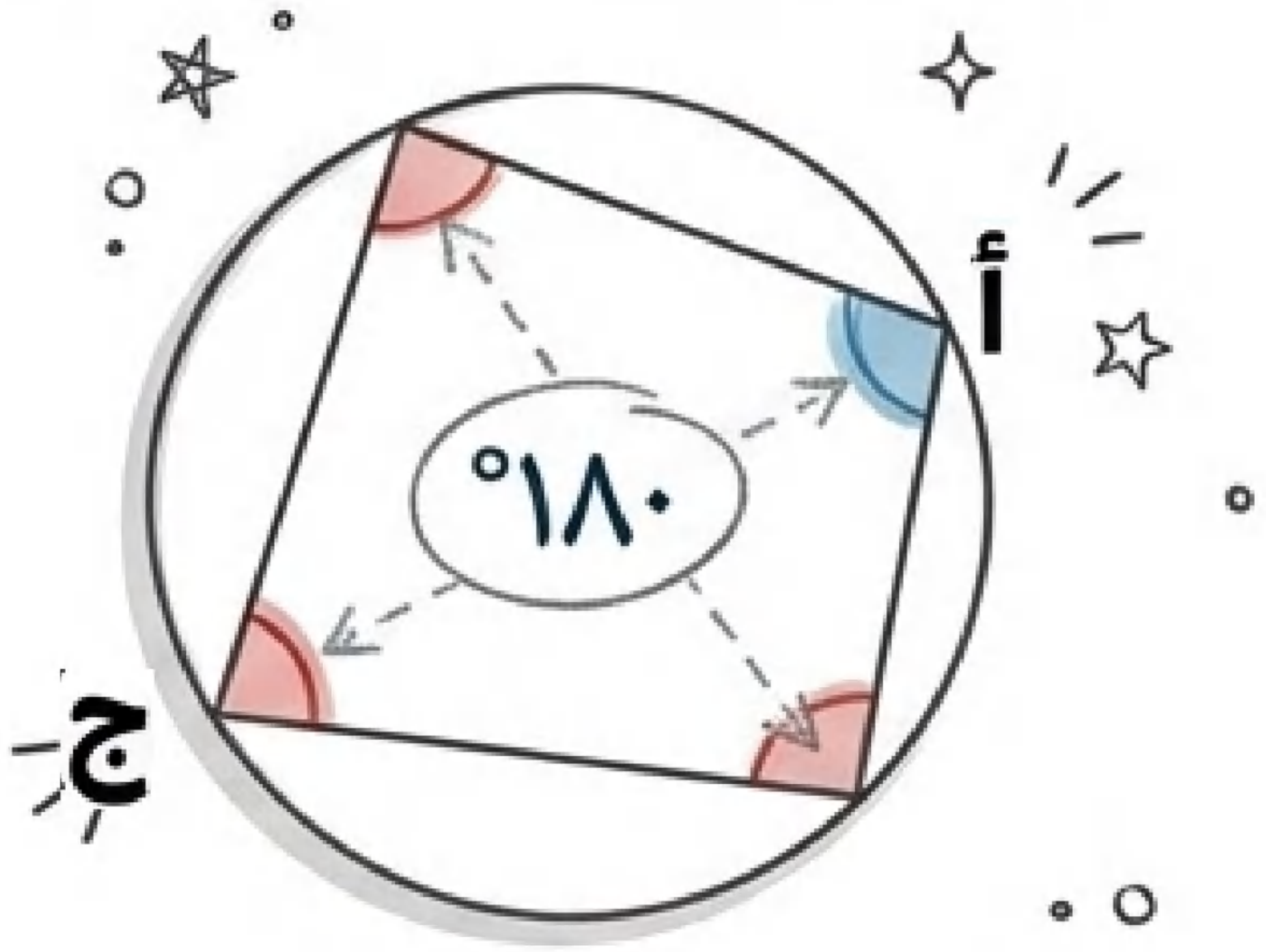
الأداة الأولى: كاشف الشكل الرباعي الدائري

📝 ملخص الأداة في ٣ نقاط



إثبات إنه دائري

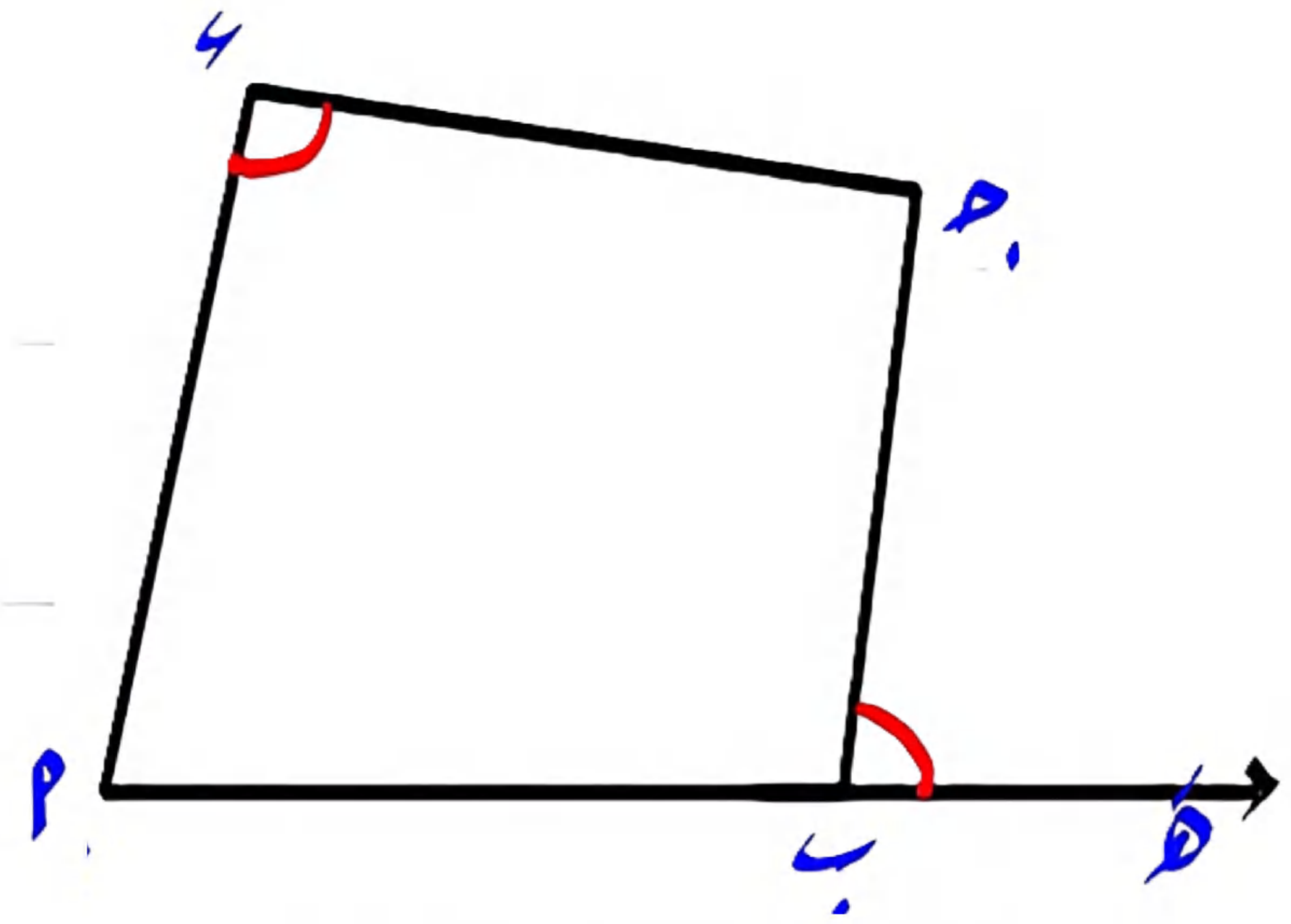
ابحث عن زاويتين متساويتين مرسومتين على قاعدة واحدة وفي جهة واحدة.



خاصية الزوايا المتقابلة

أي زاويتين قصاد بعض مجموعهم ١٨٠ درجة.

ق(∠أ) + ق(∠ج) = ١٨٠°



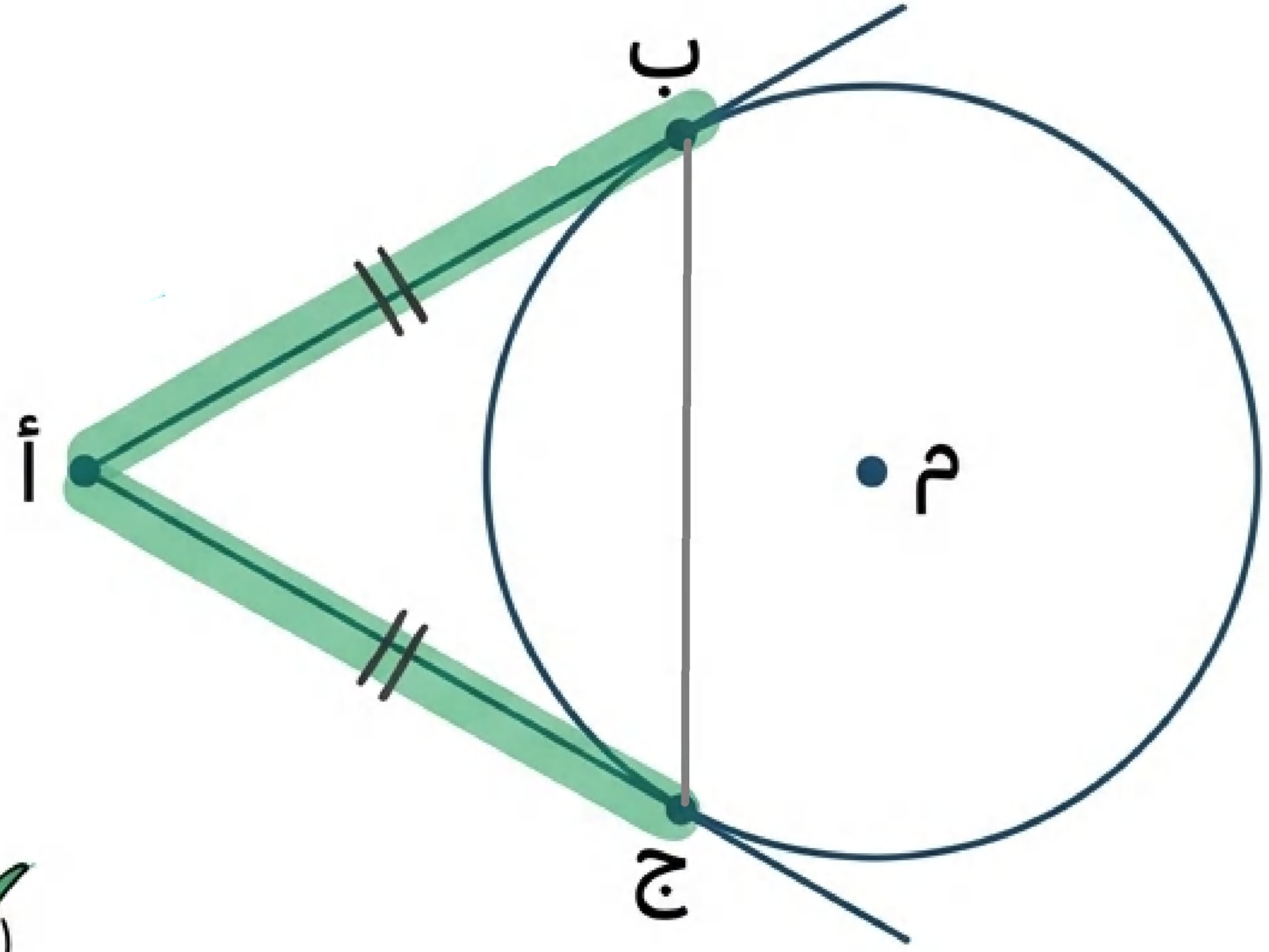
خاصية الزاوية الخارجة

الزاوية الخارجة تساوي الداخلة المقابلة للمجاورة لها.

ق(∠هـ ب ج) = ق(∠د) ✓

الأداة الثانية: التعامل مع المماسات

نظرية (٤): القطعتان المماستان



القانون الأساسي

القطعتان المماستان المرسومتان من نقطة خارج الدائرة متساويتان في الطول.

ببساطة شديدة، لو عندك نقطة بره الدايرة ورسمت منها خطين يتلمسوا الدايرة، الخطين دول هيكونوا قد بعض بالمللي.

في الشكل المقابل، النقطة هي أ.
القطعتان المماستان هما أ ب و أ ج.

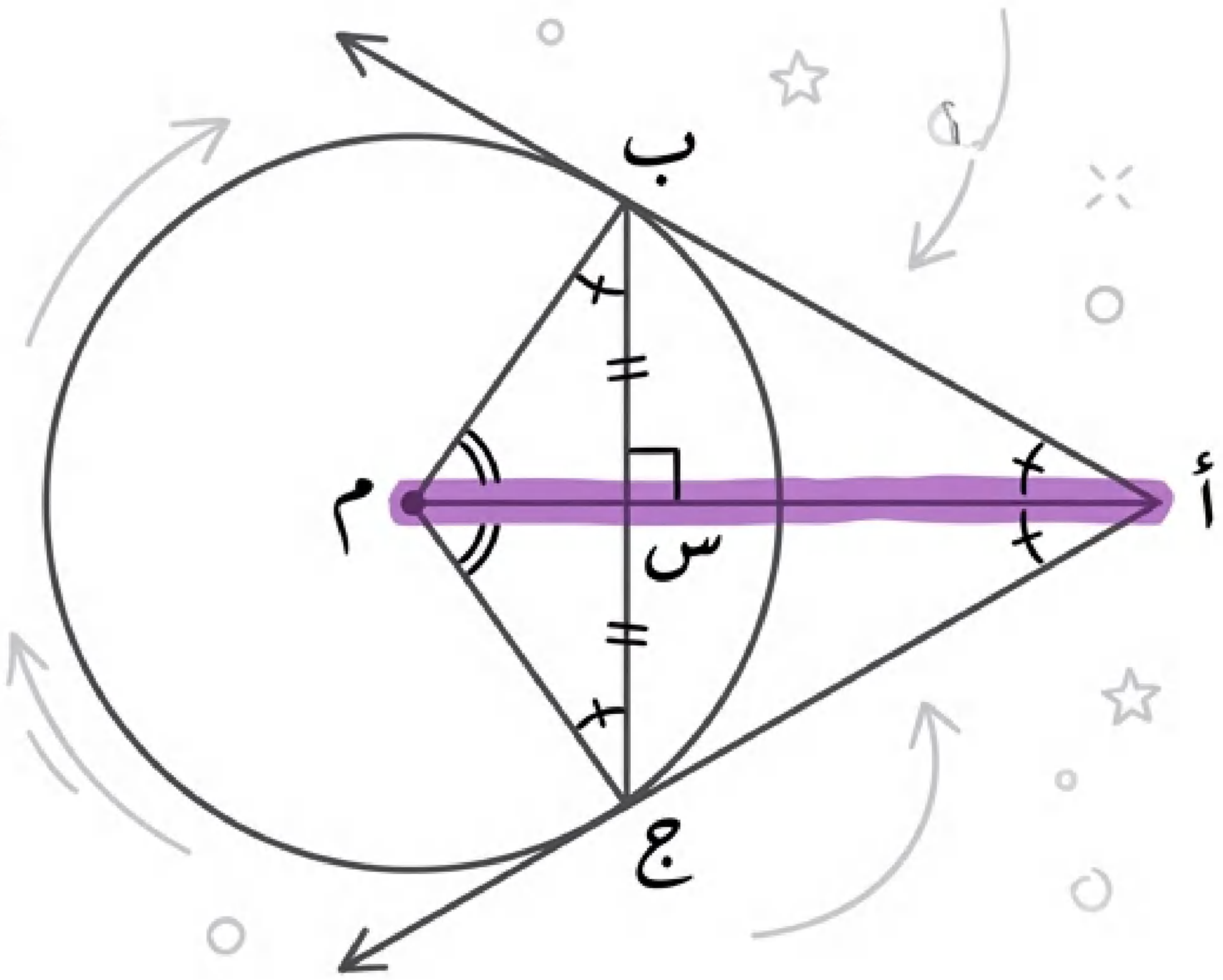
الاستنتاج: أ ب = أ ج ✓

وبكده المثلث أ ب ج بيكون مثلث متساوي الساقين. ✓

NotebookLM

الأداة الثانية: التعامل مع المماسات

✧ نتائج خطيرة لنظرية (٤)



الخط الواصل من المركز لنقطة التقاطع

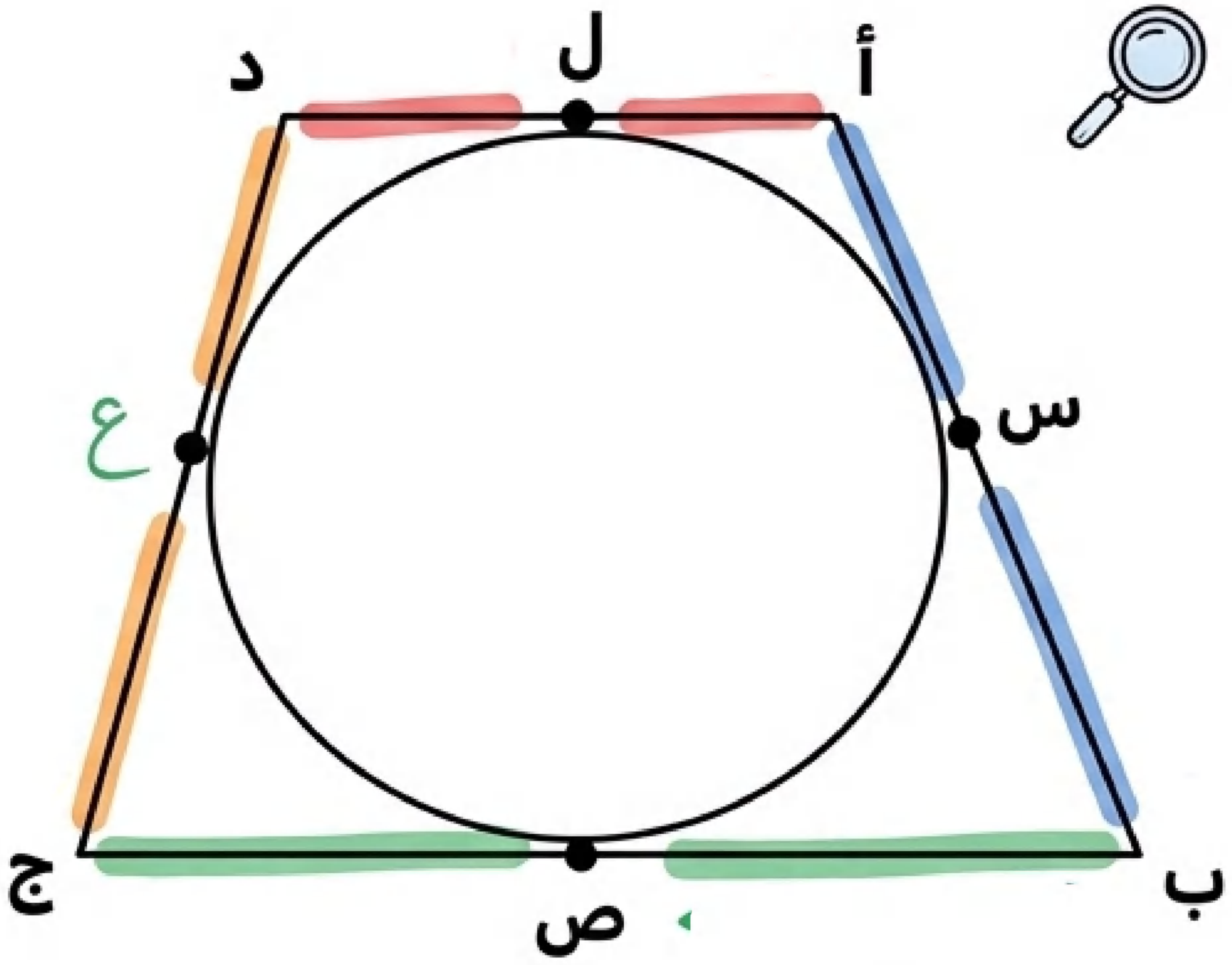
الخط المستقيم **أ م** اللي بيمر بمركز الدايرة (م) ونقطة تقاطع المماسين (أ) بيعمل حاجتين مهمين:

1. **بيكون محور تماثل لوتر التماس (ب ج).**
   ✓ يعني بيكون عمودي عليه وبينصفه.
2. **بينصف الزاوية بين المماسين (∠ب أ ج)**
   ✓ **والزاوية بين نصفي القطرين (∠ب م ج).**
   يعني بيقسم كل زاوية لزاويتين قد بعض.

NotebookLM

الأداة الثانية: التعامل مع المماسات

تطبيق خاص: الدائرة داخل المضلع



« الدائرة الداخلة (Incircle)

هي دائرة تمس جميع أضلاع المضلع من الداخل.

فكرة الحل الرئيسية: كل رأس من رؤوس المضلع يعتبر "نقطة خارج الدائرة" مرسوم منها مماسان.

يعني نقدر نطبق نظرية (٤) عند كل رأس!

في الشكل:

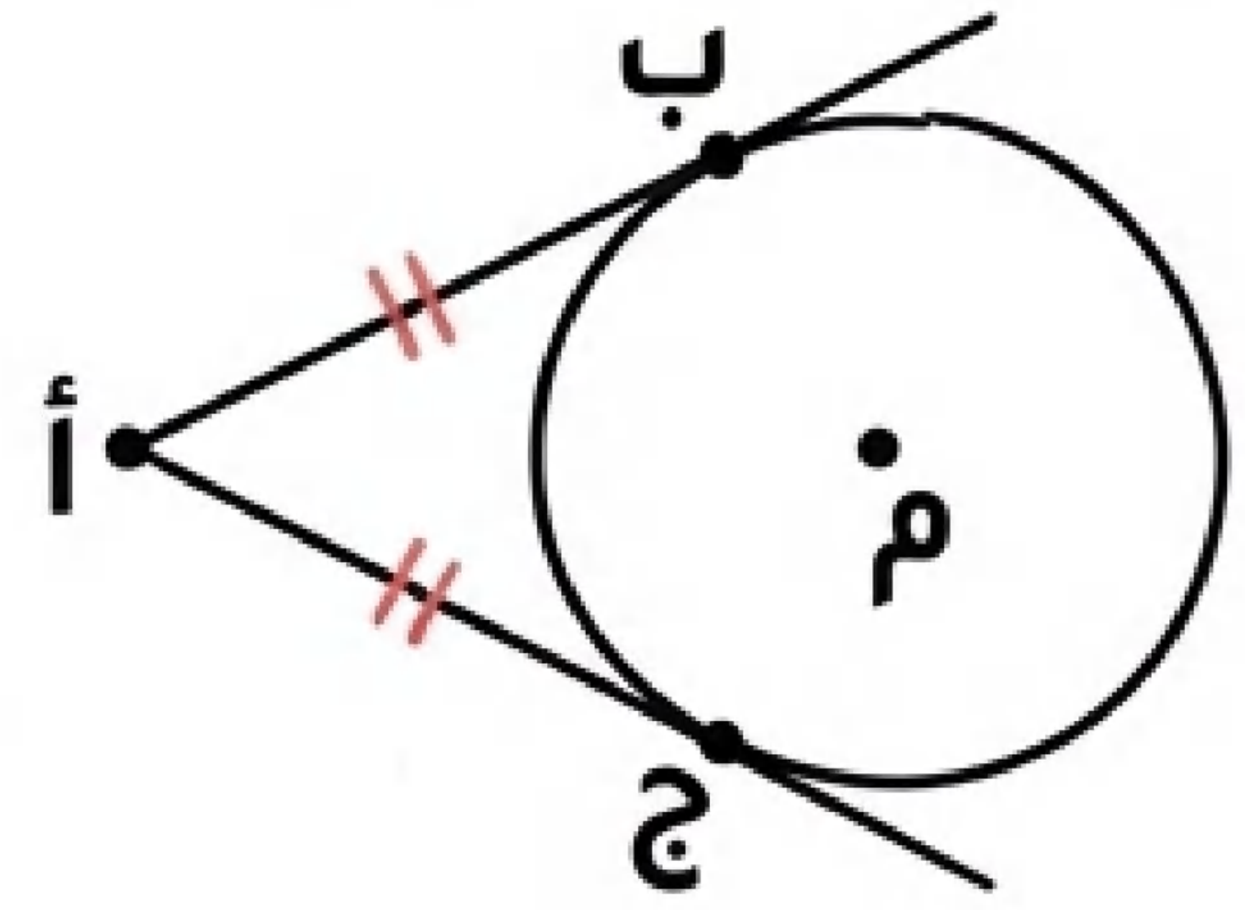
- ✓ أ س = أ ل ✓
- ✓ ب س = ب ص ✓
- ✓ ج ص = ج ع ✓
- ✓ د ع = د ل ✓

نتيجة مهمة:

في أي شكل رباعي تمس أضلاعه دائرة من الداخل، يكون مجموع طولي كل ضلعين متقابلين متساوي.

أ ب + ج د = أ د + ب ج

ملخص الأداة في ٣ نقاط

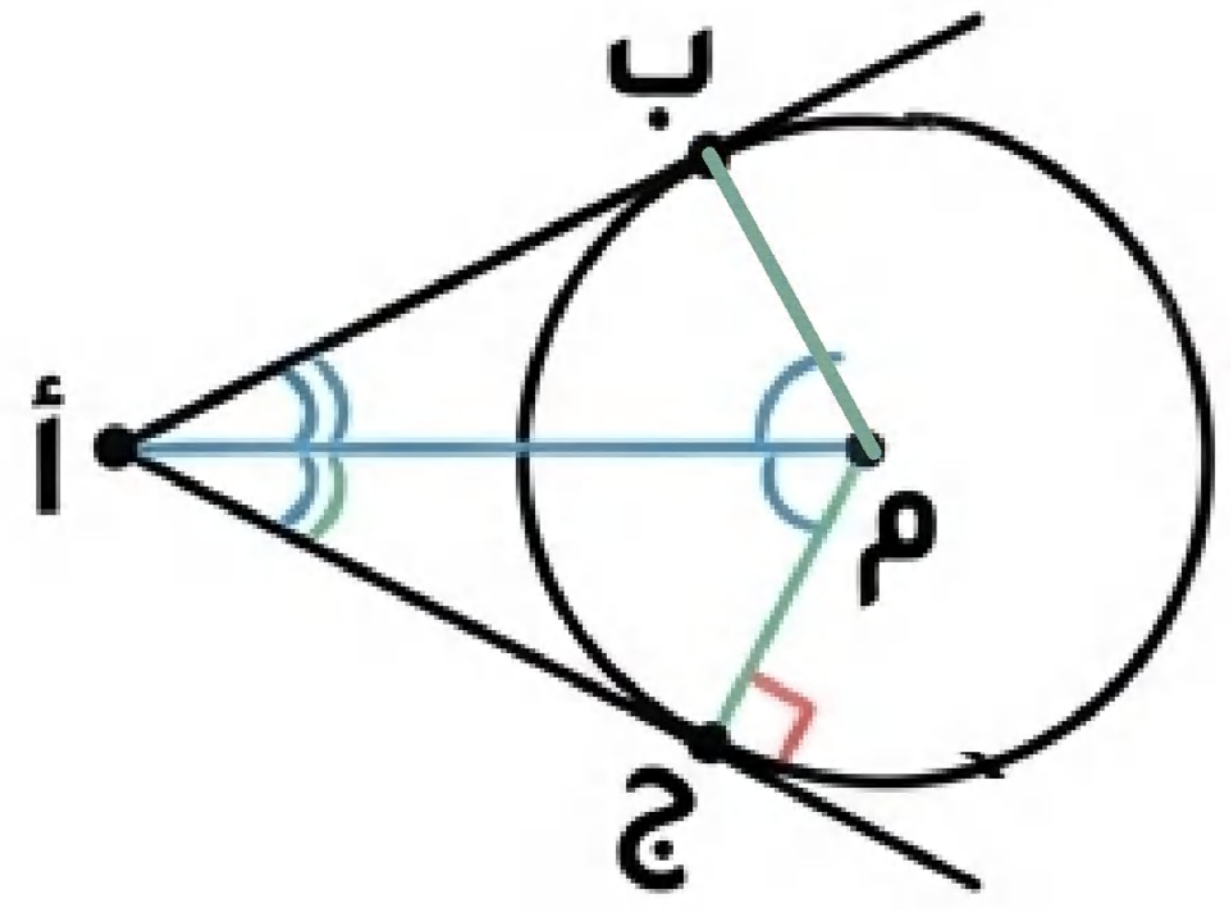


المماسان من نقطة

مرسومان من نقطة خارج الدائرة؟

يبقى **متساويان** في الطول.

أ ب = أ ج

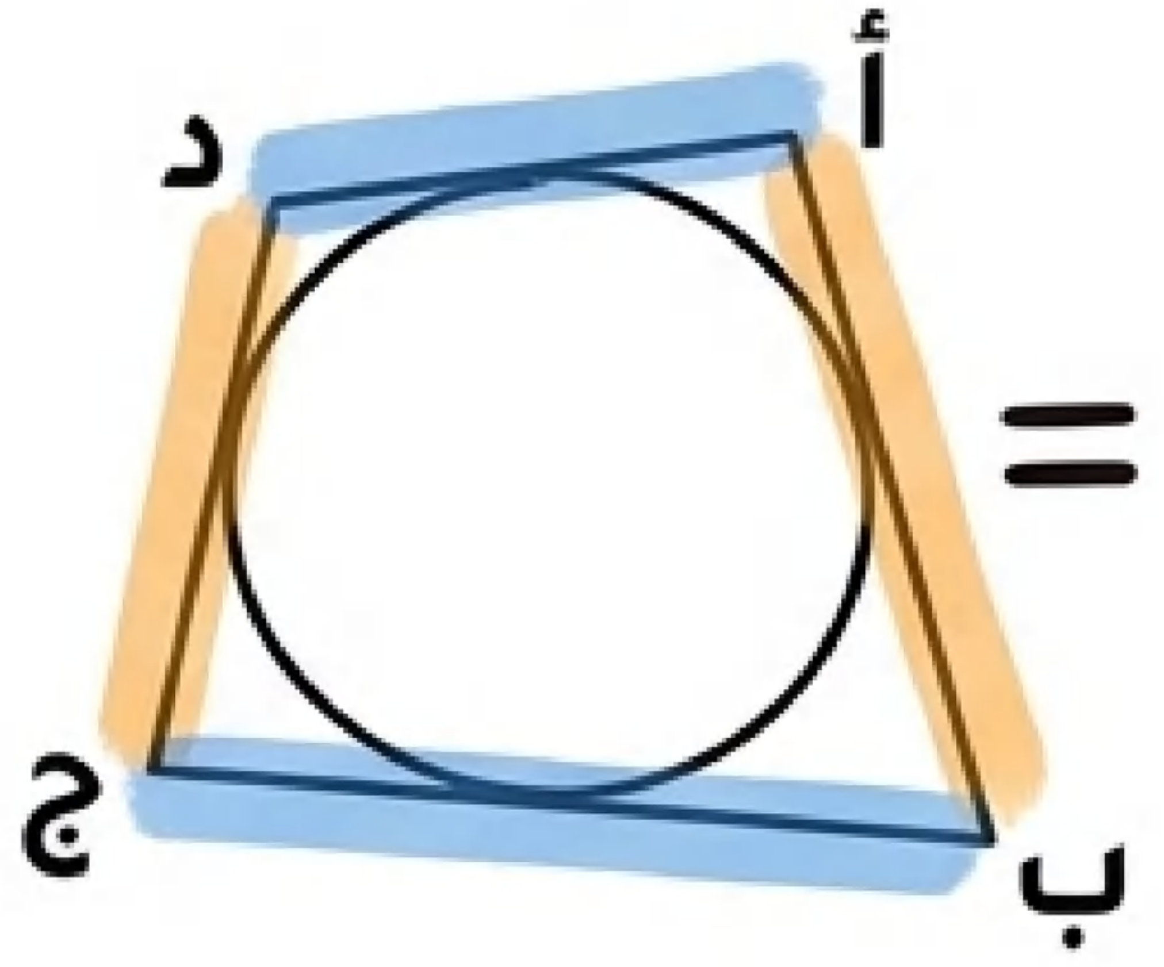


الخط الواصل بالمركز

الخط **(أ م)** ينصف زاوية

الرأس وزاوية المركز، وعمودي

على وتر التماس وينصفه.



الدائرة داخل مضلع

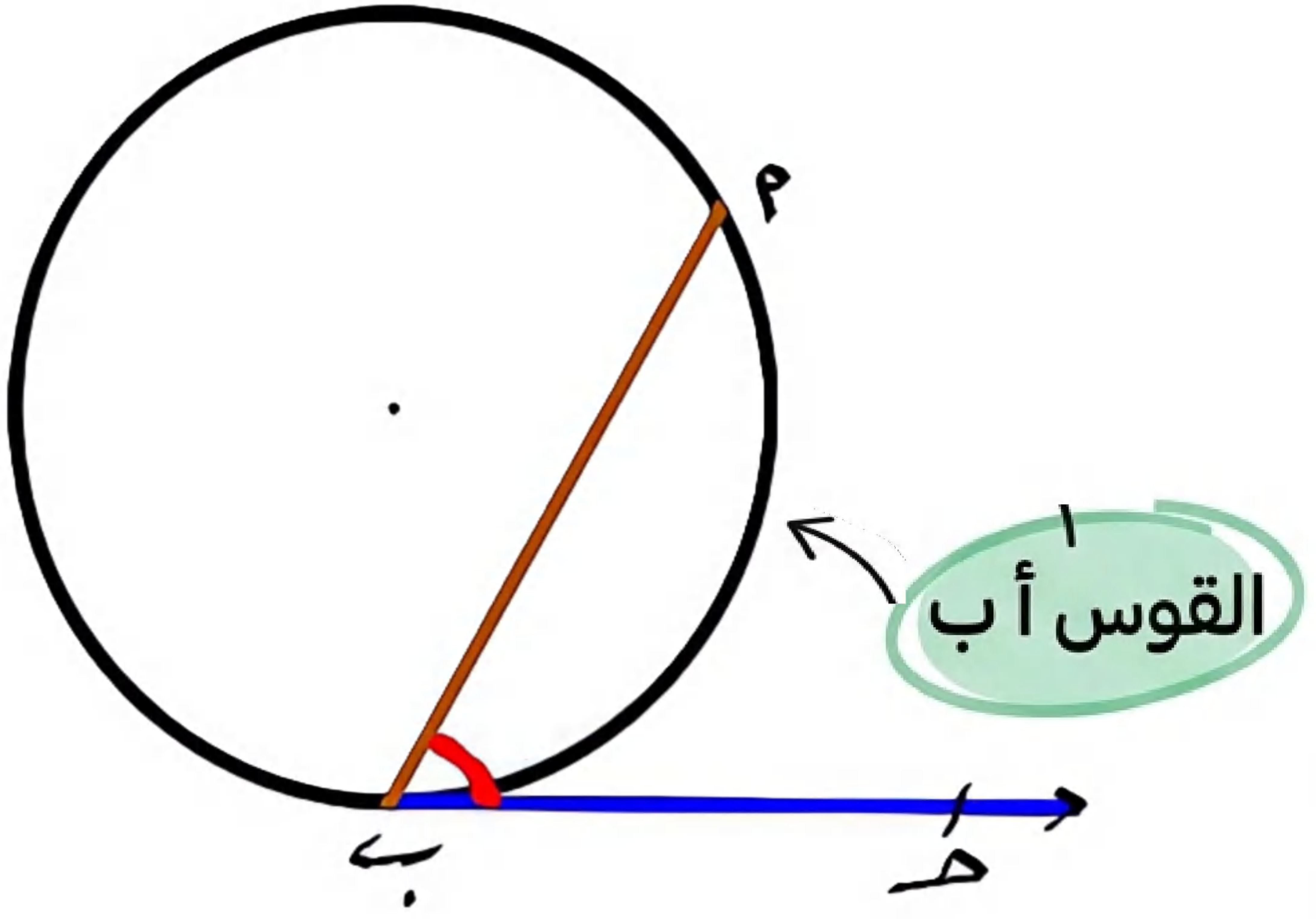
مجموع كل ضلعين

متقابلين متساوي.

أ ب + ج د = أ د + ب ج

الأداة الثالثة: عدسة الزاوية المماسية

يعني إيه زاوية مماسية؟



التعريف ببساطة

هي زاوية بتتكون من اتحاد شعاعين:

✓ ١. شعاع مماس للدائرة. (زي الشعاع ب ج)

✓ ٢. شعاع وتر في الدائرة. (زي الشعاع ب أ)

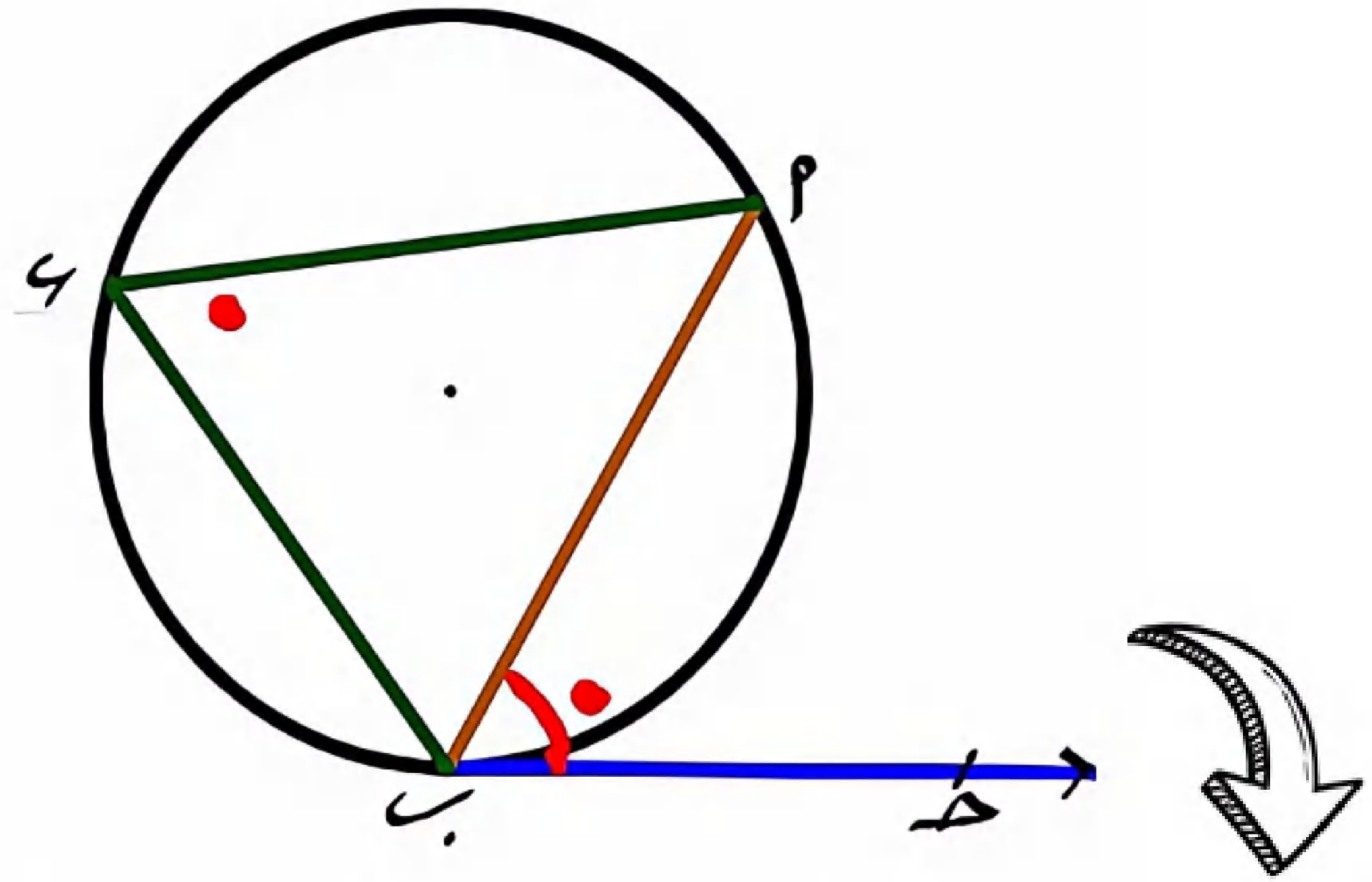
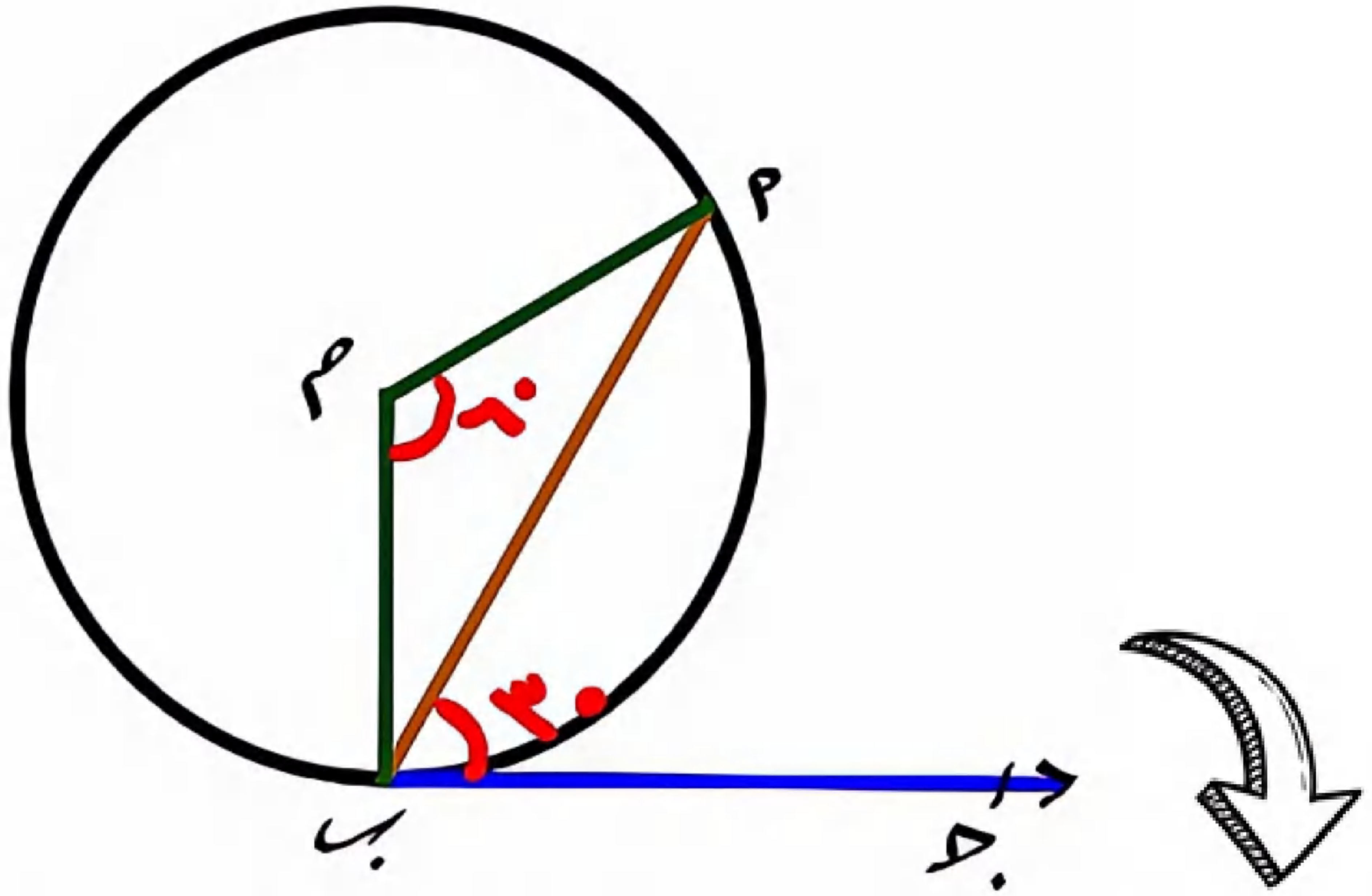
... ولازم الوتر يكون مارًا بنقطة التماس.

الزاوية المماسية في الشكل هي **∠أ ب ج.**

القوس بتاعها هو القوس اللي جواها، وهو **القوس أ ب.**

الأداة الثالثة: عدسة الزاوية المماسية

قوة العدسة: علاقة الزاوية المماسية بالزوايا الأخرى

علاقتها بالمحيطية (نظرية ٥)	علاقتها بالمركزية (نتيجة)
 قياس الزاوية المماسية = قياس الزاوية المحيطية المشتركة معها في نفس القوس. **ق(∠ أ ب ج) = ق(∠ أ د ب)	 قياس الزاوية المماسية = نصف قياس الزاوية المركزية المشتركة معها في نفس القوس. **ق(∠ أ ب ج) = $\frac{1}{2}$ ق(∠ أ م ب)

الأداة الثالثة: عدسة الزاوية المماسية

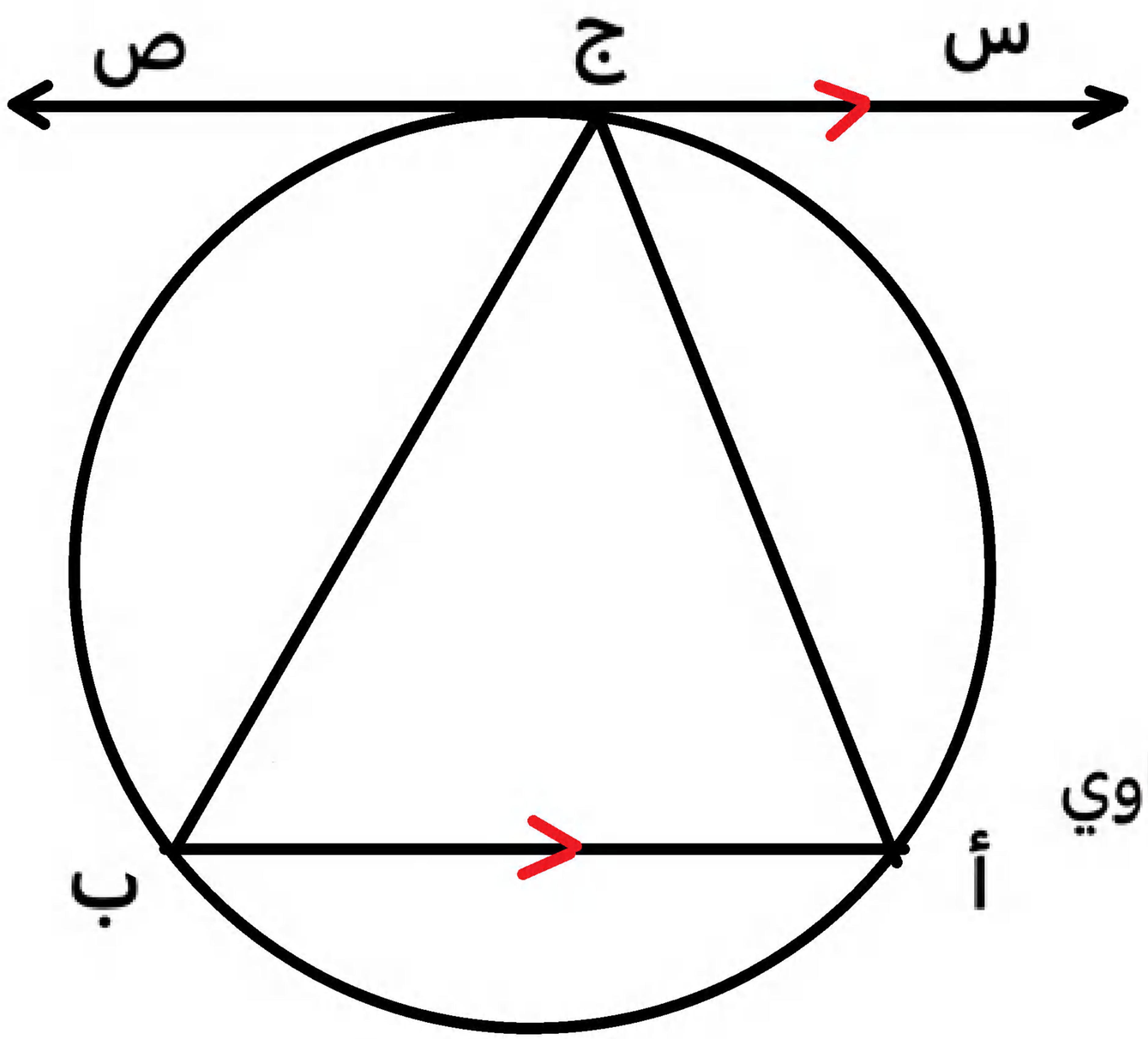
تطبيق عملي (٤): إثبات التساوي

المعطيات والمطلوب

المعطيات: أ ب ج مثلث مرسوم داخل دائرة.

$\overleftrightarrow{\text{س ص}}$ مماس للدائرة عند ج. $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ب أ}}$.

المطلوب: إثبات أن ج أ = ج ب.

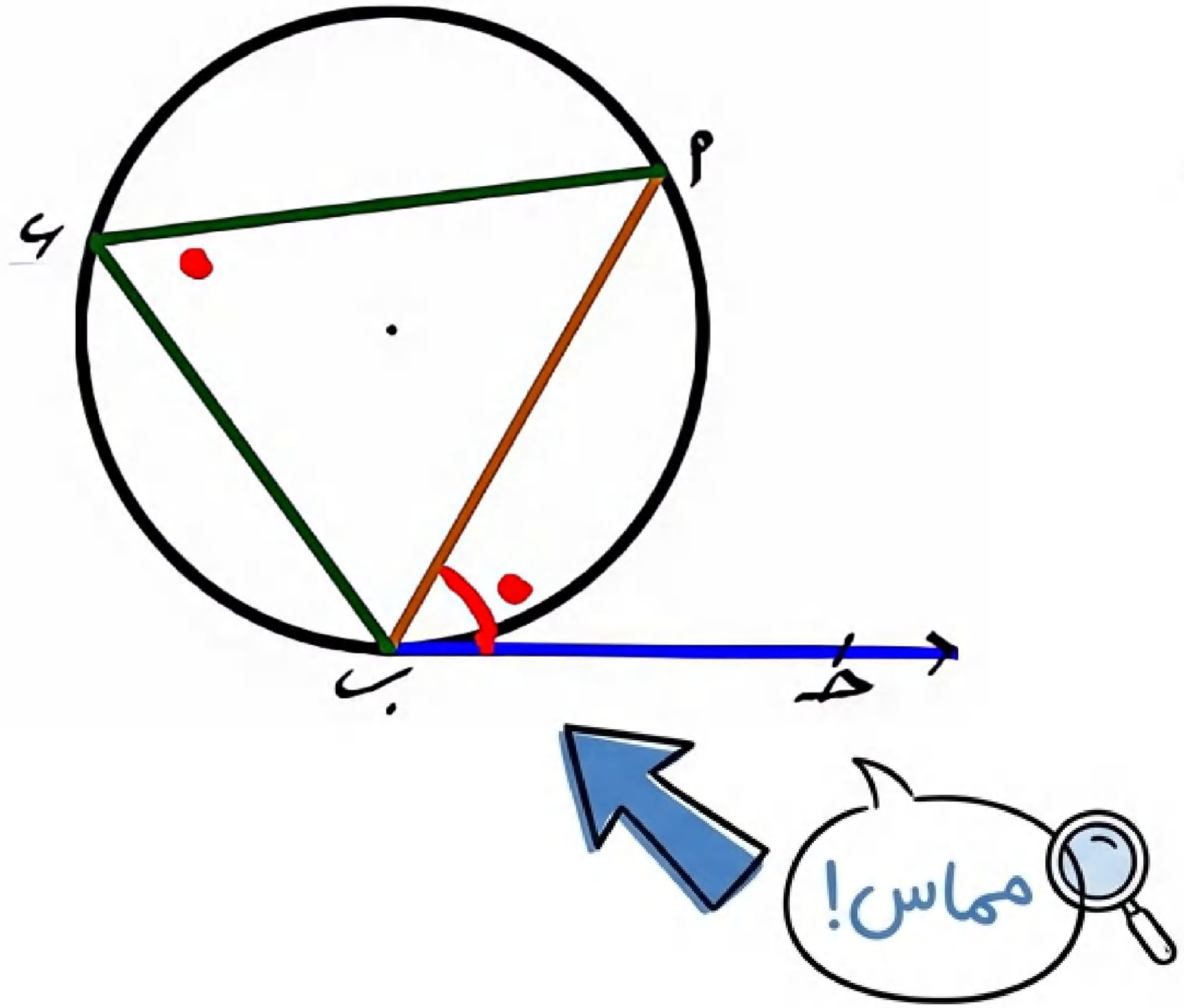


خطوات الحل

1. نستخدم **خاصية التوازي (حرف Z):** بما أن $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{أ ب}}$، إذن ق(∠س ج أ) = ق(∠ج أ ب) (بالتبادل).
2. نستخدم **نظرية الزاوية المماسية:** الزاوية المماسية ق(∠س ج أ) تساوي الزاوية المحيطية ق(∠ب) المشتركة معها في القوس أ ج.
3. **الاستنتاج:** من (١) و (٢)، نستنتج أن **ق(∠ج أ ب) = ق(∠ب).**
إذن المثلث أ ب ج متساوي الساقين، وعليه فإن: **ج أ = ج ب.**
ج أ = ج ب. (وهو المطلوب إثباته ✅).

الأداة الثالثة: عدسة الزاوية المماسية

عكس النظرية: إزاي نثبت إن الخط مماس؟



عكس نظرية ٥

إذا رُسم شعاع من أحد طرفي وتر في دائرة، بحيث كان قياس الزاوية المحصورة بين هذا الشعاع والوتر يساوي قياس الزاوية المحيطية المرسومة على نفس الوتر من الجهة الأخرى، **فإن هذا الشعاع يكون مماسًا للدائرة.**

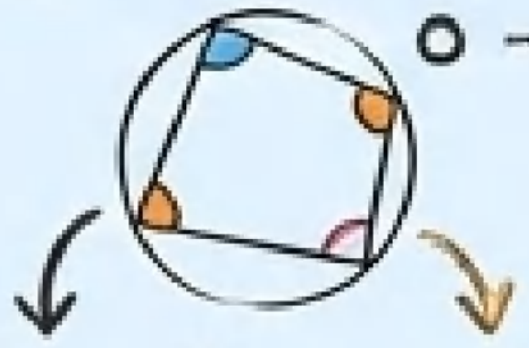
ببساطة:

ببساطة: لو لقيت إن ق(أ ب ج) = ق(∠د)، إذن الشعاع ب ج مماس للدائرة.

المهمة اكتملت!

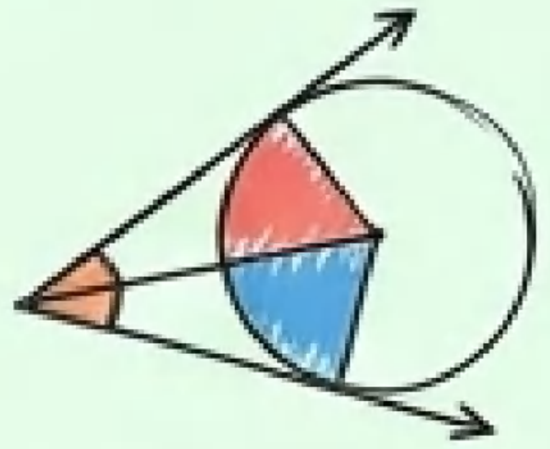
🏆 صندوق العِدّة الكامل: ملخص الوحدة الشامل

الأداة ١: الرباعي الدائري 🤔



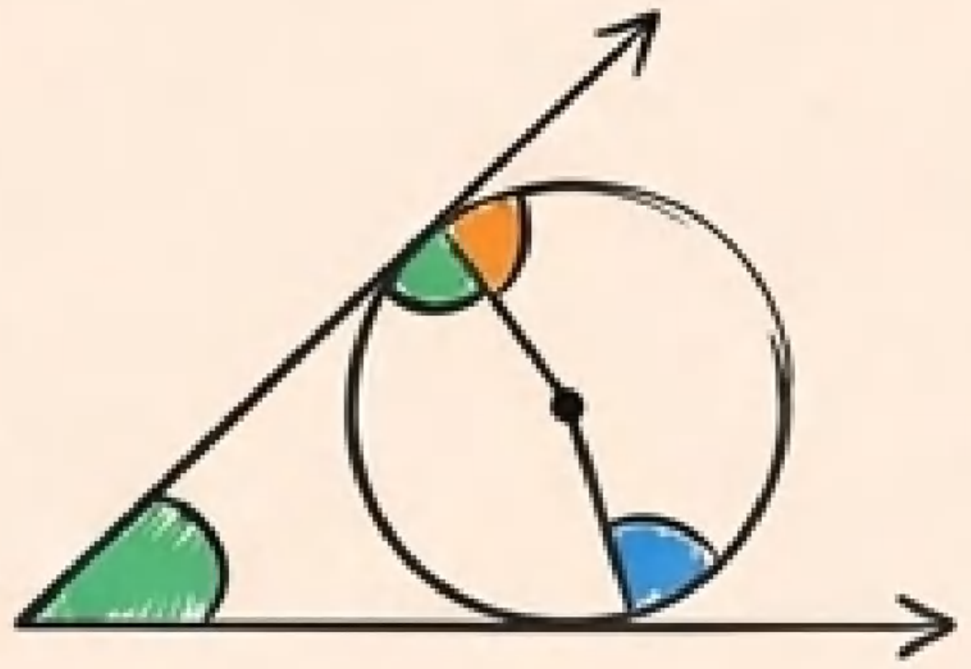
- ✓ **يكون دائريًا:** لو فيه زاويتين متساويتين على قاعدة واحدة.
- ✓ **خواصه:** كل زاويتين متقابلتين مجموعهم ١٨٠°.
- ✓ **خواصه:** الزاوية الخارجة = الداخلة المقابلة للمجاورة.

الأداة ٢: المماسات 🛠️



- ✓ **مماسان من نقطة:** متساويان في الطول.
- ✓ **الخط الواصل بالمركز:** ينصف الزوايا ومحور تماثل.
- ✓ **دائرة داخل مضلع:** مجموع كل ضلعين متقابلين متساوي.

الأداة ٣: الزاوية المماسية 🔍



- ✓ **المماسية = المحيطية** المشتركة معها في القوس.
- ✓ **المماسية = نصف المركزية** المشتركة معها في القوس.
- ✓ **عكس النظرية:** يستخدم لإثبات أن شعاعًا ما هو **مماس.**

🎉 مبروك يا محقق!

صندوق العدة بتاعك جاهز ومجهز بأقوى الأدوات.
دلوقتي دورك تستخدمه في حل أي قضية هندسية تقابلك.
بالتوفيق في الحل والامتحانات!

موقع الدكتور
محمد رزق
التعليمي

Mostte
Tesss

امسح الباركود بالموبيل لتثبيت
التطبيق وتحميل كل الملازم مجانا وبسرعه

MR

حمل التطبيق الأن

GET IT ON
Google Play

ملازم ابتدائي | ملازم اعدادي | ملازم ثانـــوي | كورسات ونتائج امتحانات

موقع الدكتور محمد رزق
Dr.Mo.Rizk